



## Modelado y Simulación de sistemas discretos

- ✎ Introducción
- ✎ Herramientas matemáticas
  - ✓ Distribuciones de probabilidad
  - ✓ Teoría de colas
- ✎ Ejemplos y herramientas
  - ✓ Sistema MM1
  - ✓ Implementación en GPSS/H
    - ✓ Modelo
    - ✓ Resultados



## Introducción

- ✎ Definición
  - ✓ Un sistema discreto es aquel en el que las variaciones en las variables de estado se producen en instantes discretos (y aleatorios) de tiempo denominados **eventos**
  - ✓ Las variables de estado afectan a un conjunto de **transacciones** (lotes, personas, ...) que ven modificada su situación por unos **recursos** (Servidores)
    - Espera, proceso (para transacciones)
    - Ocupado libre (para servidores)
    - N° en espera, N° en proceso
  - ✓ Se denomina Simulación Orientada a Eventos Discretos
- ✎ Ejemplos
  - ✓ Atención de clientes en un banco
  - ✓ Tratamiento de lotes en un sistema de producción



## Introducción

### Elementos de un sistema discreto

#### ✓ Colas

- ✓ Mecanismos de servicio (Distribución de probabilidad)
  - Nº de servidores
- ✓ Políticas de gestión de las colas
- ✓ Proceso de llegada de transacciones al sistema (Distribución de probabilidad)

#### ✓ Eventos

- ✓ Consisten en modificaciones del estado
  - Ejemplo: Llegada de transacción, Fin de servicio (Salida de transacción), etc



## Introducción

### Ejemplo

- ✓ A un sistema llegan transacciones con los siguientes intervalos entre llegadas
  - ✓  $A_i = \{1, 2, 3, 3, 2, 2\}$
- ✓ Los tiempos que tardan en ser servidos son
  - ✓  $S_i = \{3, 1, 1, 3, 3, 2\}$

### Objetivo

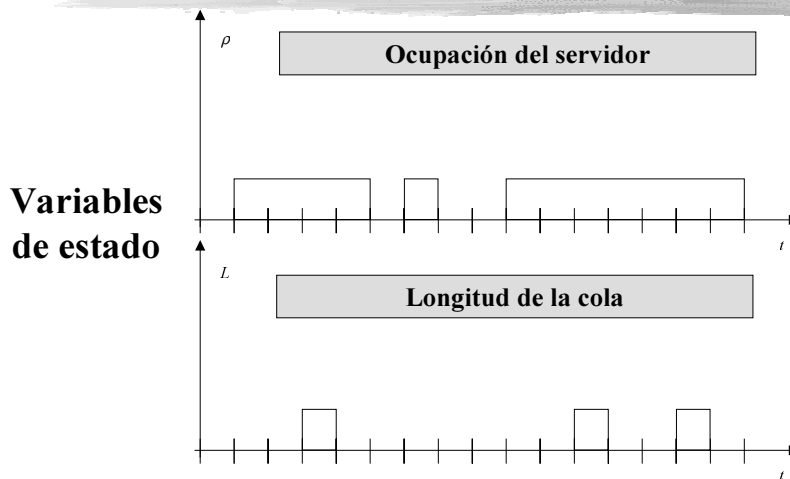
- ✓ Determinar la longitud media de la cola
- ✓ Tiempos medios de espera
- ✓ etc

### ✓ Ordenación de los eventos (L=Llegada, S=Salida)

- ✓ E1 → 1 (L1)
- ✓ E2 → 3 (L2)
- ✓ E3 → 4 (S1)
- ✓ E4 → 5 (S2)
- ✓ E5 → 6 (L3)
- ✓ E6 → 7 (S3)
- ✓ E7 → 9 (L4)
- ✓ E8 → 11 (L5)
- ✓ E9 → 12 (S4)
- ✓ E10 → 14 (L6)
- ✓ E11 → 15 (S5)
- ✓ E12 → 17 (S6)



## Introducción. Ejemplo



## Herramientas matemáticas Distribuciones de probabilidad

### Definidas por funciones

✓ Densidad de probabilidad  $f(x)$

✓ Distribución de probabilidad  $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \Leftrightarrow F(x) \in [0,1]$

### Ejemplos

✓ Definida por un modelo matemático

✓ Uniforme. Intervalos equiprobables dentro de una gama de valores

✓ Exponencial. Para determinar el tiempo de ocurrencia de eventos independientes caracterizados por un tiempo medio

✓ Normal (Gaussiana)

✓ Experimentales



## Herramientas matemáticas

### Teoría de colas

- ✎ Un recurso (servidor) lleva asociada la existencia de una cola
  - ✓ Ejemplo
    - ✓ Reactor batch
    - ✓ Maquina herramienta
    - ✓ Cajero
  - ✓ Medidas
    - ✓ Ocupación del servidor
    - ✓ Tiempo de espera
    - ✓ Longitud de clientes
- ✎ Es necesario realizar una especificación matemática
  - ✓ Teoría de colas



## Herramientas matemáticas

### Teoría de colas

- ✎ Un sistema de colas viene definido por tres componentes
  - ✓ Mecanismo de servicio
    - ✓ Nº de servidores
    - ✓ Tiempos de servicio
      - Número aleatorio (Función de distribución)
  - ✓ Proceso de llegadas
    - ✓ Tiempo de llegadas
      - Número aleatorio (Función de distribución)
  - ✓ Gestión de la cola
    - ✓ FIFO (First Input First Output) (Valor por defecto)
    - ✓ LIFO (Last Input First Output)
    - ✓ Prioridades



## Ejemplo. Sistema MM1

### Ejemplo

- ✓ Se considera un único **servidor** (Reactor) que tiene un **tiempo medio** de reacción (duración del batch) y llegan productos con una cadencia media. Ambos tiempos vienen dados por una distribución exponencial

### Características

- ✓ **1** servidor con tiempos de servicio definidos por una distribución exponencial (Proceso **M**arkoviano)
- ✓ Proceso de llegada con tiempos entre llegadas dados por una distribución exponencial (Proceso **M**arkoviano)
- ✓ Política de gestión de cola → FIFO (Valor por defecto)

### Implementación

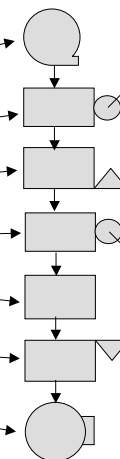
- ✓ GPSS/H



## Implementación en GPSS/H

### Definición del proceso de una transacción

- ✓ Llegada de la transacción
- ✓ Entra en la cola de espera
- ✓ Toma el recurso (Reactor)
- ✓ Sale de la cola de espera
- ✓ Realiza el servicio (tiempo de batch)
- ✓ Abandona el recurso
- ✓ Abandona el sistema







## Información del código

```

STUDENT GPSS/H RELEASE 2.0 (AT130) 14 Jan 1999 08:33:14 FILE:
PRIM.GPS

LINE# STRT# IF DO BLOCK# *LOC OPERATION A,B,C,D,E,F,G COMMENTS
1 1 SIMULATE
2 2 GENERATE S,1
3 3 QUEUE COLA
4 4 SEIZE SECR
5 5 DEPART COLA
6 6 ADVANCE 10,2
7 7 RELEASE SECR
8 8 TERMINATE 1
9 9
10 10 START 10
11 11 END

ENTITY DICTIONARY (IN ASCENDING ORDER BY ENTITY NUMBER: "*" -> VALUE CONFLICT.)
Facilities: 1=SECR
Queues: 1=COLA

SYMBOL VALUE EQU DEFNS CONTEXT REFERENCES BY STATEMENT NUMBER
SECR 1 Facility 4 7
COLA 1 Queue 3 5

STORAGE REQUIREMENTS (BYTES)
COMPILED CODE: 324
COMPILED DATA: 40
MISCELLANEOUS: 0
ENTITIES: 344
COMMON: 10000
-----
TOTAL: 10608

```



## Resultados de Simulación I

```

Simulation begins.
RELATIVE CLOCK: 109.9340 ABSOLUTE CLOCK: 109.9340

BLOCK CURRENT TOTAL
1 22
2 12 22
3 10
4 10
5 10
6 10
7 10

--AVG-UTIL-DURING--
FACILITY TOTAL AVAIL UNAVL ENTRIES AVERAGE CURRENT PERCENT SEIZING
PREEMPTING TIME TIME TIME TIME/XACT STATUS AVAIL XACT
XACT
SECR 0.959 10 10.539 AVAIL

QUEUE MAXIMUM AVERAGE TOTAL ZERO PERCENT
AVERAGE SAVERAGE TABLE CURRENT ENTRIES ZEROS
TIME/UNIT TIME/UNIT NUMBER CONTENTS
COLA 12 5.644 22 1 4.5
28.204 29.547 12

RANDOM ANTIETHETIC INITIAL CURRENT SAMPLE CHI-SQUARE
STREAM VARIATES POSITION POSITION COUNT UNIFORMITY
1 OFF 100000 100033 33 N/A

STATUS OF COMMON STORAGE
8208 BYTES AVAILABLE
1792 IN USE
1904 USED (MAX)

Simulation terminated. Absolute Clock: 109.9340

```



## Resultados de Simulación II

Simulation begins.  
 RELATIVE CLOCK: 109.9340 ABSOLUTE CLOCK: 109.9340

| BLOCK | CURRENT | TOTAL |
|-------|---------|-------|
| 1     |         | 22    |
| 2     |         | 22    |
| 3     | 12      | 10    |
| 4     |         | 10    |
| 5     |         | 10    |
| 6     |         | 10    |
| 7     |         | 10    |

Nº de Bloque → (points to BLOCK 3)  
 N° Total que han pasado → (points to TOTAL 10)  
 N° de Xact final Simul. → (points to CURRENT 12)



## Resultados de Simulación III

Porcentaje de ocupación

| FACILITY   | TOTAL | AVAIL | UNAVL | ENTRIES | AVERAGE   | CURRENT | PERCENT | SEIZING |
|------------|-------|-------|-------|---------|-----------|---------|---------|---------|
| PREEMPTING | TIME  | TIME  | TIME  |         | TIME/XACT | STATUS  | AVAIL   | XACT    |
| XACT       |       |       |       |         |           |         |         |         |
| SECR       | 0.959 |       |       | 10      | 10.539    | AVAIL   |         |         |

Tiempo medio de servicio

Máxima longitud → (points to MAXIMUM CONTENTS 12)  
 Longitud media → (points to AVERAGE CONTENTS 5.644)  
 Tiempo medio espera → (points to AVERAGE TIME/UNIT 28.204)

| QUEUE | MAXIMUM  | AVERAGE  | TOTAL   | ZERO    | PERCENT | AVERAGE   | AVERAGE   | QTABLE | CURRENT  |
|-------|----------|----------|---------|---------|---------|-----------|-----------|--------|----------|
| COLA  | CONTENTS | CONTENTS | ENTRIES | ENTRIES | ZEROS   | TIME/UNIT | TIME/UNIT | NUMBER | CONTENTS |
|       | 12       | 5.644    | 22      | 1       | 4.5     | 28.204    | 29.547    |        | 12       |





## Resultados de Simulación IV

Almacenes

```

1 1 SIMULATE
2 2 GENERATE 5,1
3 3 ENTER SISTEMA
4 4 QUEUE COLA
5 5 SEIZE SECR
6 6 DEPART COLA
7 7 ADVANCE 10,2
8 8 RELEASE SECR
9 9 LEAVE SISTEMA
10 10 TERMINATE 1
11 11 START 10
12 12
13 13 END

```

-----Salto de página-----

ENTITY DICTIONARY (IN ASCENDING ORDER BY ENTITY NUMBER; "\*" => VALUE CONFLICT.)

Facilities: 1=SECR  
Queues: 1=COLA  
Storages: 1=SISTEMA

| --AVG-UTIL-DURING-- |                     | ENTRIES | AVERAGE<br>TIME/UNIT | CURRENT<br>STATUS | PERCENT<br>AVAIL | CAPACITY   | AVERAGE<br>CONTENTS | CURRENT<br>CONTENTS | MAXIMUM<br>CONTENTS |
|---------------------|---------------------|---------|----------------------|-------------------|------------------|------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| STORAGE             | TOTAL AVAIL<br>TIME |         |                      |                   |                  |            |                     |                     |                     |
| SISTEMA             | 0.000               | 22      | 32.995               | AVAIL             | 100.0            | 2147483647 | 6.603               | 12                  | 13                  |

Tiempo medio Sistema

Nº medio Xact en sistema



## Características de la simulación

| RANDOM<br>STREAM | ANTITHETIC<br>VARIATES | INITIAL<br>POSITION | CURRENT<br>POSITION | SAMPLE<br>COUNT | CHI-SQUARE<br>UNIFORMITY |
|------------------|------------------------|---------------------|---------------------|-----------------|--------------------------|
| 1                | OFF                    | 100000              | 100033              | 33              | N/A                      |

STATUS OF COMMON STORAGE

8208 BYTES AVAILABLE  
1792 IN USE  
1904 USED (MAX)

Simulation terminated. Absolute Clock: 109.9340

Total Block Executions: 94

Blocks / second: 94000

Microseconds / Block: 10.64

Elapsed Time Used (SEC)

|            |      |
|------------|------|
| PASS1:     | 0.11 |
| PASS2:     | 0.11 |
| LOAD/CTRL: | 0.33 |
| EXECUTION: | 0.00 |
| TOTAL:     | 0.55 |