Diseñar un sistema de transmisión PCM para transmitir la señal dada por la siguiente función $f(t)=4*\sin(6\pi\ t+\pi/4)-3*\cos(12\pi\ t)$

a) Determina la velocidad mínima del conmutador
b) Si se utiliza una frecuencia de muestreo de 24Hz, un cuantizador de 32 niveles y una codificación binaria. Determina la capacidad mínima que tiene que tener un canal para poder transmitir la señal PCM y su ancho de banda. Repetir los cálculos anteriores para una codificación cuaternaria.
c) Dibujar de forma detallada (fijando todos los datos conocidos) la señal en cada una de las etapas del sistema PCM. Considerar que los valores de la señal pueden variar entre -6,5 y 6,5
d) Repetir los cálculos del apartado b) en el caso de que se deseen multiplexar 10 señales de la misma naturaleza a la dada anteriormente.

a) Para determinar la velocidad del conmutador, es decir, nos están pidiendo la velocidad de muestro de la señal analógica, utilizamos el teorema de Nyquist, el cual nos dice que para que una señal muestreada se pueda reconstruir sin perder ninguna información la velocidad de muestreo debe ser 2 veces el ancho de banda de la señal o mayor:

   $f_c \geq 2B$

   Por tanto procederemos a calcular el A.B. de f(t):

   $f(t) = 4\text{sen}(6\pi t + \pi/4) - 3\cos(12\pi t)$

   Por Fourier:

   $f(t) = a_0/T + 2/T \sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos(w_n t) + b_n\text{sen}(w_n t)$

   Igualando componentes:

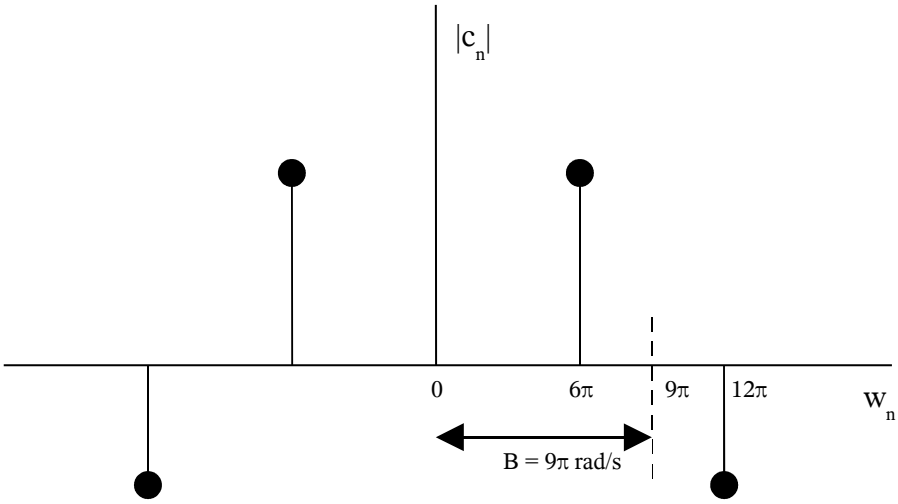
   $a_0 = 0$

   $w_n = 2n\pi/T$; $w_1 = 2\pi/T$
   $w_1 = 6\pi$; $T = 1/3$

   a1 = 0
   b1 = 3/2*4 = 6
   a2 = 3/2*(-3) = -9/2
   b2 = 0

   $|c_n| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$

   |c0| = 0
   |c1| = 6
   |c2| = -9/2
   El espectro en amplitud:



Asi:

A.B. = 9π rad/s = 4,5 Hz

Por tanto la velocidad mínima del commutador será:

$f_c \geq 2B = 2*4,5 =$ **9 Hz**

b) $f_s = 24$ Hz; 32 niveles = 2^5; Codificación: Binaria

El periodo de muestreo de la señal:

$T_s = 1/ f_s = 1/24$ s

Tenemos 2 posibles alturas por tratarse de una codificación binaria y 5 grupos de pulsos para codificar una muestra:

m = 5 grupos de pulsos
n = 2 alturas
$M = n^m = 2^5 = 32$ niveles

Para conocer la capacidad del canal necesitamos conocer la velocidad de transmisión serie:

$Vt = V_m*\log_2(n)$

Siendo V_m la velocidad de modulación, dada por:

$V_m = 1/\tau$

τ: Duración intervalo significativo más corto de la señal modulada.
Como modulamos con un periodo constante, los intervalos son todos iguales; por tanto la duración del intervalo más corto será:

$\tau = 1/24*1/m = 1/24*5 = 1/120$ s

Así:

$V_m = 1/\tau = 1/1/120 = 120$ baudios

La velocidad de transmisión serie:

$V_t = V_m*\log_2(n) = 120*\log_2(2) = 120$ bps

Finalmente la capacidad mínima del canal será:

$C = máx(V_t) \geq$ **120 bps**

El ancho de banda del canal lo obtenemos a partir de la capacidad ideal del mismo:

$C = 2*W*\log_2(n)$
$120 = 2*W*\log_2(2)$
$W =$ **60 Hz**

En el caso de una codificación cuaternaria:

m = 3 grupos de pulsos
n = 4 alturas
$M = n^m = 4^3 = 64 > 32$ niveles

$\tau = 1/24*1/3 = 1/24*3 = 1/72$ s
$V_m = 1/\tau = 1/1/72 = 72$ baudios

$V_t = V_m*\log_2(n) = 72*\log_2(4) = 144$ bps

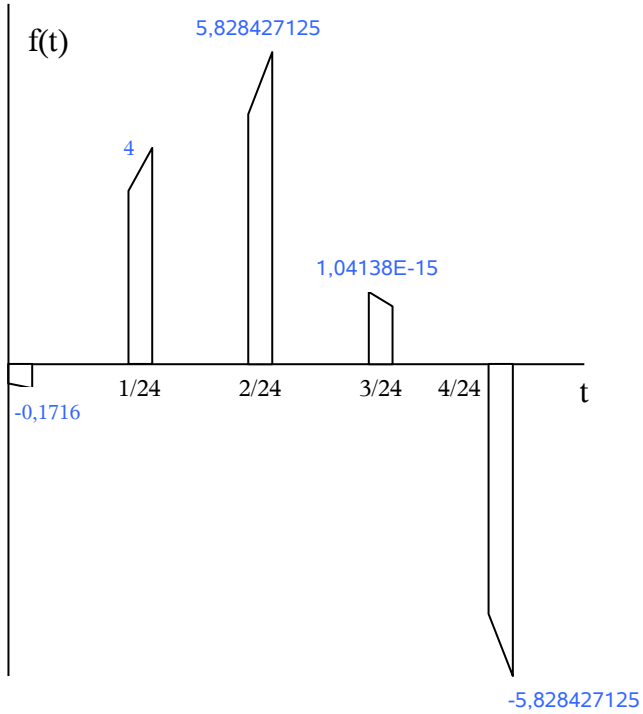
$C = máx(V_t) \geq$ **144 bps**

$C = 2*W*\log_2(n)$
$144 = 2*W*\log_2(4)$
$W =$ **36 Hz**

c) Valores entre -6,5 – 6,5; $f_s = 24$ Hz; 32 niveles = 2^5; Codificación: Binaria

$T_s = 1/ f_s = 1/24$ s

$f(t_0=0) = 4sen(6\pi*0 + \pi/4) – 3cos(12\pi*0) = -0,1716$
$f(t_1=1/24) = 4sen(6\pi*1/24 + \pi/4) – 3cos(12\pi*1/24) = 4$
$f(t_2=2/24) = 4sen(6\pi*2/24 + \pi/4) – 3cos(12\pi*2/24) = 5,828427125$
$f(t_3=3/24) = 4sen(6\pi*3/24 + \pi/4) – 3cos(12\pi*3/24) = 1,04138E-15$
$f(t_4=4/24) = 4sen(6\pi*4/24 + \pi/4) – 3cos(12\pi*4/24) = -5,828427125$



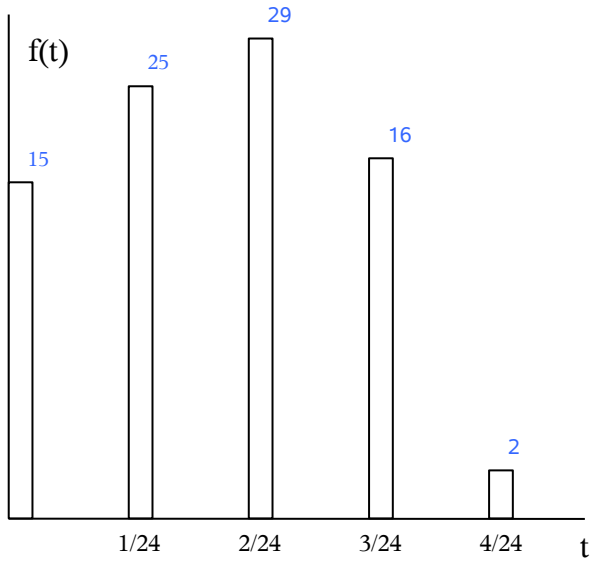
Cuantizamos:

$\Delta = (Lim_{sup} - Lim_{inf})/(n^o \text{ niveles} - 1)$
$\Delta = (6,5 - (-6,5))/(32 - 1) = 13/31 = 0,419355$

Cuantización $\approx -6,5 + \Delta * m$
m: Número de nivel

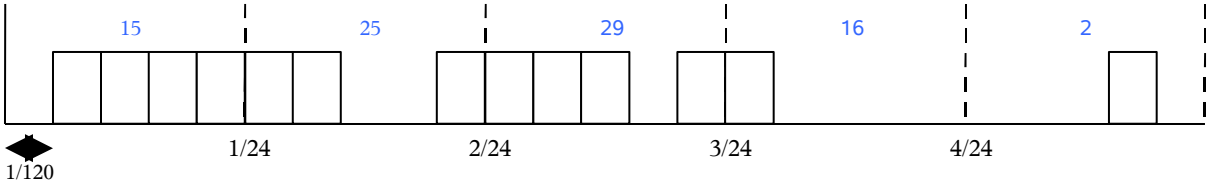
$m \approx (\text{Cuantización} + 6,5)/\Delta$

$m_0 \approx (-0,1716 + 6,5)/\Delta = 15,0907942 \approx 15$
$m_1 \approx (4 + 6,5)/\Delta = 25,0384519 \approx 25$
$m_2 \approx (5,828427125 + 6,5)/\Delta = 29,3985457 \approx 29$
$m_3 \approx (1,04138E\text{-}15 + 6,5)/\Delta = 15,5 \approx 16$
$m_4 \approx (-5,828427125 + 6,5)/\Delta = 1,6014424 \approx 2$



Codificamos:

15 = 01111
25 = 11001
29 = 11101
16 = 10000
2 = 00010



d) Al multiplexar 10 señales iguales a la señal dada, como todas ellas tienen el mismo ancho de banda, el ancho de banda del canal sera N veces mayor que para una sola señal, así:

A.B. = 10*B = 10*4,5 = **45Hz**

y la capacidad:

$C = 2*W*\log_2(n)$
C = 2*45*1 = **90bps**

Eduardo Lanchares Pulido.
DNI: 70892668-K