

Ejercicio 3 correspondiente al Grupo A

Realizado por: Jorge Gómez Cordero, DNI - 70891797

Diseñar un sistema de transmisión PCM para transmitir la señal dada por la siguiente función $f(t) = 2 * \cos(2\pi t) + \sin(4\pi t)$

a) Determina la velocidad mínima del conmutador.

Como $\omega = 2\pi f$ y se tiene una suma de sin y cos y la velocidad del conmutador (equivalente a la frecuencia de Nyquist) es $f_N \geq 2$ A.B. se coge $\omega = 4\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 2\text{Hz}$. Por lo tanto $f_N = 4\text{Hz}$.

b) Si se utiliza una frecuencia de muestreo de 8Hz, un cuantizador de 64 niveles y una codificación binaria. Determina la capacidad mínima que tiene que tener un canal para poder transmitir la señal PCM y su ancho de banda. Repetir los cálculos anteriores para una codificación cuaternaria.

Como $f_m = 8\text{Hz}$ se obtiene como periodo $T = 1/8 = 0,125\text{s}$. Si se tienen 64 niveles entonces $64 = 2^m \Rightarrow m = 6$ pulsos. Por lo tanto obtenemos la capacidad del canal del siguiente modo:

Para saber el ancho del pulso se tiene que $\tau = (1/8)/6 = 1/48$; por lo tanto se tiene que:

$$C = \frac{\log_2 2}{\tau} = \frac{\log_2 2}{1/48} = 48 \text{ bps} \text{ y después se obtiene el ancho de banda con la formula}$$

$$C = 2W \log_2 2 \Rightarrow 48 = 2W \log_2 2 \Rightarrow W = 24\text{Hz}$$

De forma análoga se obtienen los datos para una codificación cuaternaria:

El periodo es el mismo que antes. Si se tienen 64 niveles entonces $64 = 4^m \Rightarrow m = 3$ pulsos. Por lo tanto obtenemos la capacidad del canal del siguiente modo:

Para saber el ancho del pulso se tiene que $\tau = (1/8)/3 = 1/24$; por lo tanto se tiene que:

$$C = \frac{\log_2 4}{\tau} = \frac{\log_2 4}{1/24} = 48 \text{ bps} \text{ y después se obtiene el ancho de banda con la formula}$$

$$C = 2W \log_2 4 \Rightarrow 48 = 2W \log_2 4 \Rightarrow W = 12\text{Hz}$$

c) Dibujar de forma detallada (fijando todos los datos conocidos) la señal en cada uno de las etapas del sistema PCM. Considerar que los valores de la señal pueden variar entre -3 y 3.

Muestreo \Rightarrow Cuantización \Rightarrow Codificación \Rightarrow ... \Rightarrow Decodificación \Rightarrow Filtro

Muestreo:

Se muestrea la señal en instantes significativos del periodo, se sustituyen los valores correspondientes al tiempo:

$$f(0) = 2\cos(2\pi 0) + \sin(2\pi 0) = 0$$

$$f(1/8) = 2\cos(2\pi 1/8) + \sin(2\pi 1/8) = 2,414$$

$$f(2/8) = 2\cos(2\pi 2/8) + \sin(2\pi 2/8) = 0$$

$$f(3/8) = 2\cos(2\pi 3/8) + \sin(2\pi 3/8) = -2,414$$

$$f(4/8) = 2\cos(2\pi 4/8) + \sin(2\pi 4/8) = -23$$

$$f(5/8) = 2\cos(2\pi 5/8) + \sin(2\pi 5/8) = -0,414$$

$$f(6/8) = 2\cos(2\pi 6/8) + \sin(2\pi 6/8) = 0$$

$$f(7/8) = 2\cos(2\pi 7/8) + \sin(2\pi 7/8) = 0,414$$

Cuantizador:

Se tienen 64 niveles y un intervalo que va de -3 a 3 por lo tanto: $\Delta = \frac{3 - (-3)}{64 - 1} = 0,095$

Como $V_{\text{cuantizacion}} = -3 + \Delta m_n \Rightarrow m_n = \frac{V_c + 3}{\Delta}$ entonces:

$$m_1 = 52,2 \approx 53$$

$$m_2 = 56,8 \approx 57$$

$$m_3 = 31,5 \approx 32$$

$$m_4 = 6,15 \approx 6$$

$$m_5 = 10,5 \approx 11$$

$$m_6 = 27,15 \approx 27$$

$$m_7 = 31,5 \approx 32$$

$$m_8 = 35,84 \approx 36$$

Estas aproximaciones hacen que se pierda información, a esto se le denomina ruido de cuantización.

Codificación:

Cada una de las muestras cuantizadas se codifica en binario, obteniéndose los siguientes resultados:

$$1^\circ \Rightarrow 101011$$

$$2^\circ \Rightarrow 111101$$

$$3^\circ \Rightarrow 000001$$

$$4^\circ \Rightarrow 000011$$

$$5^\circ \Rightarrow 001101$$

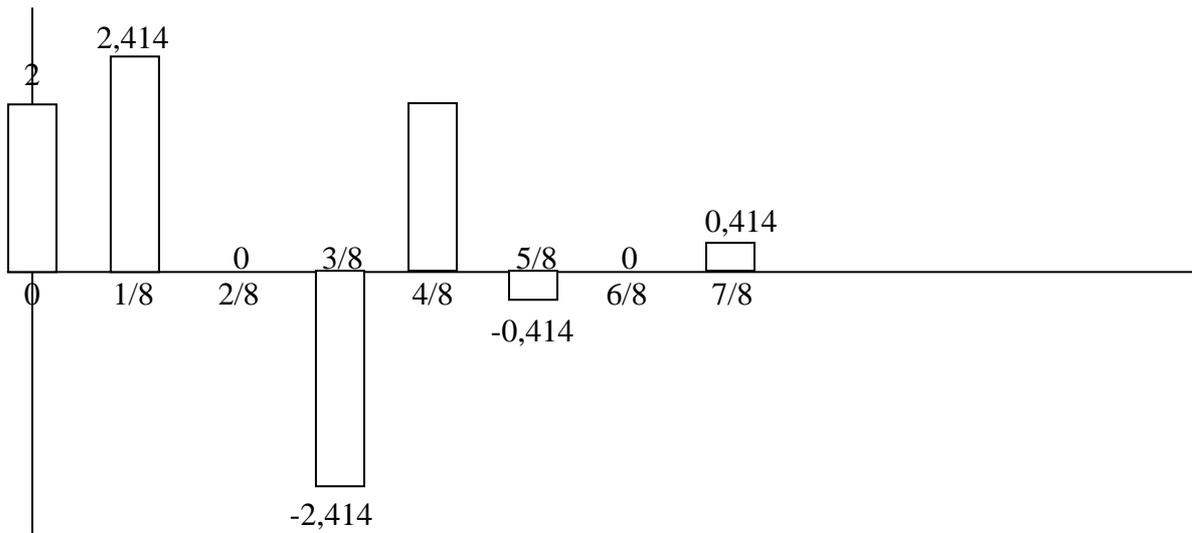
$$6^\circ \Rightarrow 011011$$

$$7^\circ \Rightarrow 000001$$

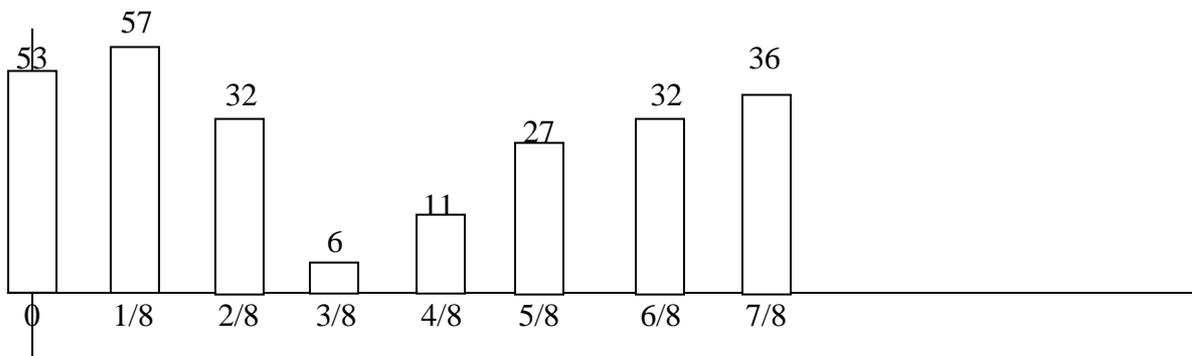
$$8^\circ \Rightarrow 001001$$

A continuación se representan los gráficos de cada paso:

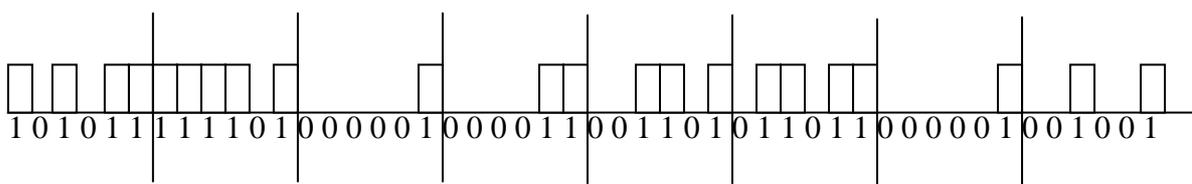
Muestreo



Cuantización

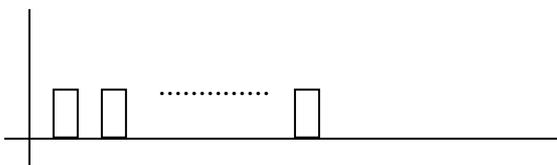


Codificación



En el receptor se realiza el proceso inverso para recuperar la señal.

d) Repetir los cálculos del apartado b) en el caso de que se deseen multiplexar 8 señales de la misma naturaleza a la dada anteriormente.



Se tienen 8 señales idénticas que se transmiten por el mismo canal, por lo tanto hay que obtener el ancho de los pulsos.

$\tau = (1/64)/6 = 2,6*10^{-3}$ s esto se obtiene de que el periodo de muestreo es de 1/8 y al tener 8 señales se obtiene 1/64 luego se divide entre 6 porque son los pulsos necesarios para codificar con 64 niveles en código binario.

$$C = \frac{\text{Log}_2 2}{2,6*10^{-3}} = 384 \text{ bps la capacidad del canal y el ancho de banda se obtiene:}$$

$$C = 2W\log_2 2 \Rightarrow 384 = 2W\log_2 2 \Rightarrow W = 192\text{Hz}$$

De forma análoga para la codificación cuaternaria:

$\tau = (1/64)/3 = 5,2*10^{-3}$ s esto se obtiene de que el periodo de muestreo es de 1/8 y al tener 8 señales se obtiene 1/64 luego se divide entre 3 porque son los pulsos necesarios para codificar con 64 niveles en código cuaternario.

$$C = \frac{\text{Log}_2 4}{5,2*10^{-3}} = 384 \text{ bps la capacidad del canal y el ancho de banda se obtiene:}$$

$$C = 2W\log_2 4 \Rightarrow 384 = 2W\log_2 4 \Rightarrow W = 96\text{Hz}$$