

Transmisión de Datos: Ejercicios del Tema 3

Pablo García-Figuerola

16 de mayo de 2006

1 Enunciado

Diseñar un sistema de transmisión PCM para transmitir la señal dada por la siguiente función $f(t) = 4\sin(6\pi t + \frac{\pi}{4}) - 3\cos(12\pi t)$

2 Determinar la velocidad mínima del conmutador

La señal está compuesta por dos armónicos, por el teorema de Nyquist la frecuencia de muestreo debe ser al menos el doble de la mayor frecuencia. Un armónico tiene una frecuencia de $\frac{6\pi}{2\pi} = 3\text{Hz.}$, el otro de $\frac{12\pi}{2\pi} = 6\text{Hz.}$, por lo que la frecuencia de muestreo $f_s \geq 12\text{Hz.}$

3 Determinar la capacidad del canal

Con codificación binaria En codificación binaria, para poder representar 32 niveles de cuantización se requieren al menos 5 bits ($2^5 = 32$), por lo que si se muestrea a 24 Hz., esto significa que cada segundo se generan $24 \cdot 5 = 120$ bits. $C = 120 = 2W \cdot \log_2 2 \Rightarrow W = 60\text{Hz.}$ es la capacidad mínima que tiene que tener el canal.

Con codificación cuaternaria En codificación cuaternaria 3 *bits* (de 4 estados) son suficientes ($4^3 = 64 > 32$) para representar los niveles de cuantización. Muestreando a 24 Hz. se generan $24 \cdot 3 = 72$ bits por segundo.

Análogamente al apartado anterior: $C = 72 = 2W \cdot \log_2 4 \Rightarrow W = \frac{72}{4} = 18\text{Hz}$.
como capacidad mínima del canal

4 Dibujar la señal en cada etapa del sistema PCM

Las etapas de un emisor PCM son: muestreador, cuantizador y codificador.

Señal original En la primera gráfica se representa el primer segundo de la señal original. Se ha calculado y representado el valor de la función para 1000 valores comprendidos entre 0 y 1 segundo.

Señal muestreada Posteriormente se ve muestreada a 24 Hz., se ha muestreado durante el primer segundo. La menor frecuencia es de 3 Hz., así que con muestrear la tercera parte del segundo valdría (el periodo de la menor frecuencia), ya que luego se repite continuamente. Es necesario que sea el periodo de la menor frecuencia, ya que así se incluyen frecuencias mayores, y nunca al revés, por que eligiendo la frecuencia mayor las frecuencias menores no quedarían muestreadas lo suficiente. Representé el primer segundo completo por que me parece más apropiado para comparar con la señal original. Los valores oscilan desde -6 hasta 6. El muestreo se ha hecho calculando los valores de la función desde 0 hasta 1 segundo a intervalos de $\frac{1}{24}\text{s}$. (el periodo de muestreo)

Señal cuantizada En la tercera gráfica se ve cuantizada a 32 niveles. Se puede comprobar que hay zonas donde se han perdido valores respecto a la señal muestreada, y que los valores oscilan entre 0 y 30. Los valores obtenidos del muestreo se han *encasillado* en uno de los 32 niveles del cuantizador. Si el valor máximo que puede haber es 6.5 y el mínimo es -6.5, esto es, hay un rango de 13, y ese rango hay que distribuirlo en 32 niveles, entonces: $\Delta = \frac{6.5 - (-6.5)}{32 - 1} = 0.41935$ es la diferencia entre cada nivel de cuantización. Por lo que un valor dado de la función muestreada $y = -6.5 + \Delta \cdot m, m \in N \Rightarrow m = \lfloor \frac{(y+6.5)}{\Delta} \rfloor$ será el valor de cuantización. Así, por ejemplo, dado que $f(0) = -0.1716 \Rightarrow m = \lfloor \frac{-0.1716+6.5}{0.41935} \rfloor = \lfloor 15.091 \rfloor = 15$ sería el valor de cuantización para la primera muestra, o por ejemplo, en la siguiente muestra: $f(\frac{1}{24}) = 4 \Rightarrow m = \lfloor \frac{4+6.5}{0.41935} \rfloor = \lfloor 25.039 \rfloor = 25$ sería su respectivo valor de cuantización.

Y así con las otras 22 muestras de ese segundo. El inconveniente que tiene la cuantización es que es irreversible, ya que si hay dos valores que se diferencian entre sí menos de Δ (0.41935 en este caso) es posible que se les asigne el mismo nivel de cuantización, perdiendo así resolución de medida. Esto es lo que se llama ruido de cuantización y la única solución es emplear un número de niveles lo suficientemente grande (lo que incrementa el número de bits usados, y por tanto, la capacidad mínima del canal). Ejemplos del ruido de cuantización se pueden ver en las muestras 7 y 8 (y en las repeticiones de éstas): en la gráfica de la muestreada tienen valores distintos, sin embargo, en la gráfica de la cuantizada se les da el mismo valor. Igualmente entre las muestras primera y cuarta también se puede apreciar algo similar.

Señal codificada en una secuencia de bits Y finalmente codificado cada nivel como una secuencia de 5 bits. Cada 5 bits se puede sacar un número que se corresponde con el valor que se le ha dado en la cuantización. Solo se representa el primer tercio de la señal, por no complicar el dibujo, y por que es suficientemente significativo (los otros dos tercios son iguales). Lo que se ha hecho es tomar de cada muestra su valor cuantizado y ponerlo en binario, y según sea cada uno de los cinco bits se dibuja un 0, o bien una raya de valor 1, empezando por el bit de mayor peso. Así la primera muestra tenía un valor cuantizado de $15_{10} = 01111_2$, como se puede ver en los valores de 0 a 4 de la cuarta gráfica. La segunda tenía un valor de $25_{10} = 11001_2$ y se puede ver en la gráfica en los valores correspondientes (de 5 a 9) como está representado ese valor en binario. Dado que sólo se muestra el primer tercio de la señal, es decir 8 muestras de las 24, y cada muestra consume 5 bits para representarse, salen un total de 40 bits, en vez de los 120 que saldrían si se representaran la señal muestreada completa.

Recepción El receptor recibiría la señal codificada tal y como se envió (salvo que haya errores) y tras decodificarla obtendría lo mismo que se puede ver en la tercera gráfica, es decir la señal tal y como fue cuantizada en el emisor. Al revertir esa cuantización es donde se pueden observar los efectos del ruido de cuantización. En la quinta gráfica se ve la señal que va a obtener el receptor, que oscila de -6 a 6 al igual que la que se ve en la segunda gráfica pero sin embargo hay detalles que se han perdido con la cuantización (muestras 1 y 4, 7 y 8, p.ej.). Esa señal descuantizada es con lo que va a tener que trabajar el receptor, será la que reproduzca o que haga con ella lo

que sea.

Para calcular estas gráficas he recurrido a programas escritos en C por mí. Para dibujarlas he utilizado el programa Gnuplot. Todo el código fuente está en el mismo paquete que este fichero





