Pablo Torrecilla González – 72074185 31 de Marzo de 2006

GRUPO B

a) Primero vamos a calcular los armónicos en forma exponencial.

Para ello, primero calcularemos los módulos y las fases:

c_0 $|c_0| = 5$ $\angle c_0 = 0$

c_1 $|c_1| = |3+1{,}5i| = \sqrt{11{,}25}$ $\angle c_1 = \operatorname{arc\,tg} \frac{1{,}5}{3} = 0{,}463$

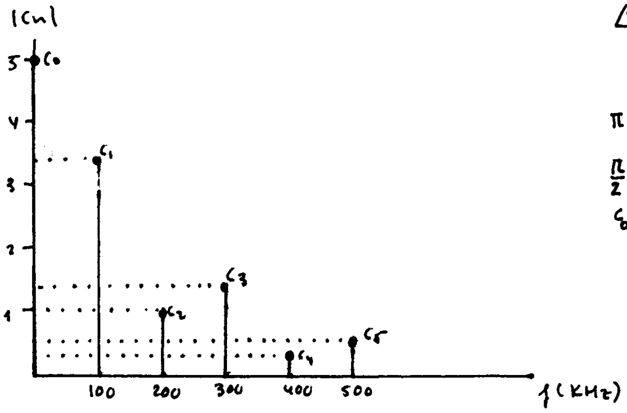
c_2 $|c_2| = 1$ $\angle c_2 = \frac{\pi}{2}$

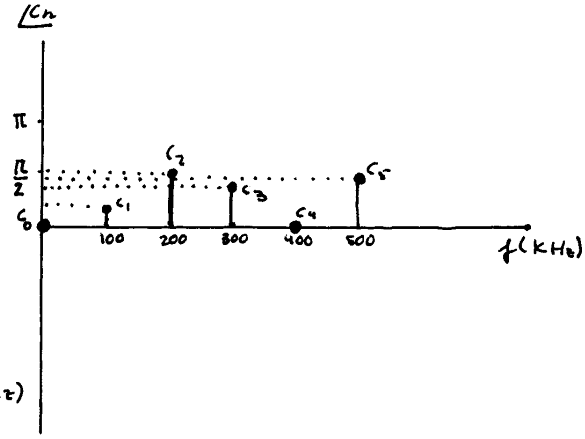
c_3 $|c_3| = |0{,}5+1j| = \sqrt{1{,}25}$ $\angle c_3 = \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{0{,}5} = 1{,}107$

c_4 $|c_4| = |0{,}2| = 0{,}2$ $\angle c_4 = 0$

c_5 $|c_5| = |0{,}1+0{,}3j| = \sqrt{0{,}1}$ $\angle c_5 = \operatorname{arc\,tg} \frac{0{,}3}{0{,}1} = 1{,}249$

Sabiendo $T = 10\,\mu s \Rightarrow f = 10^5$ Hz $= 100$ KHz, así que esta será la separación entre armónicos con lo cual, ahora podemos representar la señal de esta forma:





A continuación vamos a ver como cambian estos valores al pasar la señal por el sistema. Podemos utilizar f en vez de ω siempre que seamos consecuentes con la conversión. Como estos datos datos están expresados teniendo en cuenta f y no ω, podemos hacer los cálculos directamente. Así:

$$c'_0 = 5\,(1-0)\,e^0 = 5$$

$$c'_1 = \sqrt{11{,}25}\; e^{0{,}463j}\left(1-\frac{1}{4}\right)e^{-j50\pi} = \frac{3\sqrt{11{,}25}}{4}\, e^{j(0{,}463-50\pi)}$$

$$c'_2 = e^{j\frac{\pi}{2}}\,\frac{1}{2}\,e^{-j100\pi} = \frac{1}{2}\,e^{j(\frac{\pi}{2}-100\pi)}$$

$$c'_3 = \sqrt{1{,}25}\;e^{j1{,}107}\,\frac{1}{4}\,e^{-j150\pi} = \frac{\sqrt{1{,}25}}{4}\,e^{j(1{,}107-150\pi)}$$

$$c'_4 = 0$$

$$c'_5 = 0$$

Para calcular la señal resultante en el dominio vamos a calcular la señal original, para después aplicar las deformaciones que produce el sistema sobre esta. también se puede calcular a partir de los coeficientes C_n que acabamos de calcular, pero por simplicidad se prefiere este enfoque.

$a_0 = 5 \quad b_0 = 0$
$a_1 = 3 \quad b_1 = 1{,}5$
$a_2 = 0 \quad b_2 = 1$
$a_3 = 0{,}5 \quad b_3 = 1$
$a_4 = 0{,}2 \quad b_4 = 0$
$a_5 = 0{,}1 \quad b_5 = 0{,}3$

Así: $f(t) = \frac{5}{10} + \frac{2}{10}(3\cos(2\pi\, 100\, t) + 1{,}5\,\text{sen}(200\pi t) +$

$+ \text{sen}(400\pi t)$
$+ 0{,}5\cos(600\pi t) + \text{sen}(600\pi t) +$
$+ 0{,}2\cos(800\pi t)$
$+ 0{,}1\cos(1000\pi t) + 0{,}3\,\text{sen}(1000\pi t))$

(Se presenta la señal partida para distinguir los armónicos a simple vista)

Y por tanto, $g(t) = \frac{5}{10} + \frac{2}{10}\Big[\frac{3}{4}(3\cos(200\pi t - 50\pi) + 1{,}5\,\text{sen}\, 200\pi t - 50\pi) +$

$+ \frac{1}{2}(\text{sen}(400\pi t - 100\pi)) +$

$+ \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\cos(600\pi t - 150\pi) + \text{sen}(600\pi t - 150\pi)\right)\Big]$

Respecto de la señal original observamos distorsión:

- <u>de atenuación</u>, ya que los armónicos se encuentran divididos en la señal resultate (se multiplican por $\frac{1}{10}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$) *
- <u>de retardo</u> ya que los armónicos, en la señal resultante tiene una fase de 50π, 100π y 150π

* Además, el último armónico y el cuarto se hacen 0 al pasar por el sistema.

b) Vamos a centrar la respuesta a esta cuestión en un mero análisis de anchos de banda.

El ancho de banda de la red RC, según el criterio de 3dB viene dado por $2\pi B = \omega_0$, y el producto $RC = \frac{1}{\omega_0}$. Como sabemos que $\frac{1}{RC} = 100\pi \ \frac{rd}{s}$ para nuestro sistema, $RC = \frac{1}{100\pi} \Rightarrow \omega_0 = 100\pi$

$$\omega_0 = 2\pi B \Rightarrow \boxed{B = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{ Hz}}$$

Nuestra señal inicial se compone de cinco armónicos dentro de su ancho de banda. El último armónico tiene $f = 500$ KHz, así que si decidiéramos transmitir esta señal por un medio como esta red, tenemos $B >> B_s$, así que la señal va a verse fuertemente distorsionada.

El primer armónico está en $f = 100$ KHz, así que ni siquiera éste pasará por el sistema sin perderse.