

Considerar una señal periódica (con periodo $T=10\mu s$) de la cual se conoce que contiene 5 armónicos dentro del ancho de banda con valores:

$$c_0=5; c_1=3+1.5j; c_2= j; c_3=0.5+1j; c_4=0.2; c_5=0.1+0.3j;$$

Contestar los dos apartados siguientes

- a) Esta señal se hace pasar por un medio de transmisión que tiene la siguiente función de transferencia

$$H(f) = \begin{cases} (1 - f / 400)e^{-j0.5\pi f} & \text{si } |f| \leq 400 \text{ kHz} \\ 0 & \text{si } |f| > 400 \text{ kHz} \end{cases}$$

- Calcular los coeficientes de la serie de Fourier de la señal después de pasar por el sistema.

Para calcular los coeficientes de la serie de Fourier de la salida del sistema, habrá que multiplicar cada uno de los coeficientes de la señal de entrada por el correspondiente valor de la señal del sistema, teniendo en cuenta que la frecuencia de los armónicos de la señal de entrada es: $\omega_n = \frac{1}{T} n = \frac{1}{10^{-3}} n = 10^3 n$ kHz con $n=0, 1, 2, \dots$

Para $n=0$, $\omega_0=0$ Hz:

$$H(0) = (1 - f / 400)e^{-j0.5\pi f} = \frac{1}{400}$$

$$c'_0 = H(0) * c_0 = \frac{5}{400}$$

Para $n=1$, $\omega_1=10^3$ kHz:

$$H(10^3) = 0$$

$$c'_1 = H(10^3) * c_1 = 0$$

Para $n=2$, $\omega_2=2*10^3$ kHz:

$$H(2*10^3) = 0$$

$$c'_2 = H(2*10^3) * c_2 = 0$$

Para $n=3$, $\omega_3=3*10^3$ kHz:

$$H(3*10^3) = 0$$

$$c'_3 = H(3*10^3) * c_3 = 0$$

Para $n=4$, $\omega_4=4*10^3$ kHz:

$$H(4*10^3) = 0$$

$$c'_4 = H(4*10^3) * c_4 = 0$$

Para $n=5$, $\omega_5=5*10^3$ kHz:

$$H(5*10^3) = 0$$

$$c'_5 = H(5*10^3) * c_5 = 0$$

- Determinar la señal resultante en el dominio del tiempo

Para ello voy a utilizar la forma compleja del desarrollo en serie de Fourier, que es:

$$g(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c'_n * e^{j\omega_n t}, \text{ sustituyendo valores quedaría:}$$

$$g(t) = \frac{1}{10^{-6}} \sum_{n=-5}^5 c'_n * e^{j\omega_n t} = 10^6 * c'_0 = 10^6 * \frac{5}{400} = \frac{5}{4} * 10^4$$

- ¿Qué tipos de distorsiones se producen? Justificar la respuesta

El sistema sólo deja pasar frecuencias hasta 400 kHz, por lo que solamente pasa el armónico de la frecuencia 0. Además este armónico se atenuará por $H(0)$ y no sufrirá distorsión de retardo ya que la componente para la frecuencia 0 del sistema, al no tener parte imaginaria, su fase será 0.

b) Se podría transmitir por un medio de transmisión que se pudiera modelar mediante una red RC donde $1/RC=100\pi$ rad/s

Claramente se ve que no, sin realizar cálculos, ya que el ancho de banda de ese sistema es de 50Hz, por lo que, salvo el primer coeficiente que no variará, los demás se verán muy atenuados, siendo muy difícil reconocerlos a la salida.