Considerar una señal periódica (con periodo T=10μs) de la cual se conoce que contiene 5 armónicos dentro del ancho de banda con valores:

$c_0=5$; $c_1=3+1.5j$; $c_2= j$; $c_3=0.5+1j$; $c_4=0.2$; $c_5=0.1+0.3j$;

Contestar los dos apartados siguientes

a) Esta señal se hace pasar por un medio de transmisión que tiene la siguiente función de transferencia

$$H(f) = \begin{cases} (1 - f/400)e^{-j0.5\pi f} & si\,|f| \leq 400kHz \\ 0 & si\,|f| > 400kHz \end{cases}$$

- Calcular los coeficientes de la serie de Fourier de la señal después de pasar por el sistema.
- Determinar la señal resultante en el domino del tiempo
- ¿Qué tipos de distorsiones se producen? Justificar la respuesta

b) Se podría transmitir por un medio de transmisión que se pudiera modelar mediante una red RC donde 1/RC=100π rad/s

· Tenemos los armónicos de los cuales obtenemos sus módulos y fases:

$c_0 = 5 \longrightarrow |c_0| = 5$; $\theta(c_0) = \text{arctg}\left(\frac{0}{5}\right) = 0$

$c_1 = 3 + 1{,}5j \rightarrow |c_1| = \sqrt{3^2 + 1{,}5^2}$; $\theta(c_1) = \text{arctg}\left(\frac{1{,}5}{3}\right) = 0{,}46365$ $(27°49{,}13)$

$c_2 = j \longrightarrow |c_2| = 1$; $\theta(c_2) = \text{arctg}\left(\frac{1}{0}\right) = \pi/2$

$c_3 = 0{,}5 + j \rightarrow |c_3| = \sqrt{0{,}5^2 + 1^2}$; $\theta(c_3) = \text{arctg}\left(\frac{1}{0{,}5}\right) = 1{,}10715$ $(106°25{,}74)$

$c_4 = 0{,}2 \longrightarrow |c_4| = 0{,}2$; $\theta(c_4) = \text{arctg}\left(\frac{0}{0{,}2}\right) = 0$

$c_5 = 0{,}1 + 0{,}3j \rightarrow |c_5| = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}3^2}$; $\theta(c_5) = \text{arctg}\left(\frac{0{,}3}{0{,}1}\right) = 1{,}24905$ $(1014°56{,}56)$

Básicamente hemos pasado de Rectangular a Polar (ó Fasorial)

· Calculemos los coeficientes de $c_0 - c_5$ del sistema según la función de transferencia donde:

$$\begin{cases} |H(f)| = 1 - \frac{f}{400} \Rightarrow f = \frac{1}{T} \quad (T = 10^{-5}) \\ \theta(H(f)) = -0{,}5\pi f \end{cases}$$

Calculemos las funciones: (dependiendo de T):

$|H(f_0)| = 1 - \frac{0}{10^{-5}} = 1$; $\theta(H(f_0)) = 0$ $\longrightarrow$ $\left(f_0 = \frac{0}{10^{-5}} = 0 \text{ KHz}\right)$

$|H(f_1)| = 1 - \frac{1/10^{-5}}{4\cdot 10^5} = \frac{3}{4}$; $\theta(H(f_1)) = -5\cdot 10^4\pi$ $\longrightarrow$ $\left(f_1 = \frac{1}{10^{-5}} = 100 \text{ KHz}\right)$

$|H(f_2)| = 1 - \frac{2/10^{-5}}{4\cdot 10^5} = 0{,}5$; $\theta(H(f_2)) = -1\cdot 10^5\pi$ $\longrightarrow$ $\left(f_2 = \frac{2}{10^{-5}} = 200 \text{ KHz}\right)$

$|H(f_3)| = 1 - \frac{3/10^{-5}}{4\cdot 10^5} = 1/4$; $\theta(H(f_3)) = -1{,}5\cdot 10^5\pi$ $\longrightarrow$ $\left(f_3 = \frac{3}{10^{-5}} = 300 \text{ KHz}\right)$

$|H(f_4)| = 1 - \frac{4/10^{-5}}{4\cdot 10^5} = 0$; $\theta(H(f_4)) = -2\cdot 10^5\pi$ $\longrightarrow$ $\left(f_4 = \frac{4}{10^{-5}} = 400 \text{ KHz}\right)$

→ Como $f_5 = \frac{5}{10^{-5}} = 500$ KHz que es mayor a los 400 KHz, no pasaría por $H(f) = (1 - f/400)\, e^{-j0{,}5\pi f}$. $H(f_5)$ es igual a 0.

Calculamos los coeficientes de Fourier después de pasar por el sistema.

$$\begin{cases} c'_0 = 5 \cdot 1 \cdot e^{j0} = 5 \\ c'_1 = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{3^2 + 1{,}5^2} \cdot e^{j(-5 \cdot 10^4 \pi + 0{,}46365)} \\ c'_2 = 0{,}5 \cdot 1 \cdot e^{j(-10^5 \pi + \pi/2)} \\ c'_3 = \frac{1}{4} \sqrt{0{,}5^2 + 1^2} \cdot e^{j(-1{,}5 \cdot 10^5 \pi + 1{,}10715)} \\ c'_4 = 0{,}2 \cdot \emptyset \cdot \ldots = \emptyset \end{cases}$$

---

* Señal resultante en el dominio del tiempo.

→ Usamos: $f(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jwnt}$ $\Rightarrow (T = 10^{-5}\ s)$

$$f(t) = \frac{1}{10^{-5}} \left(5 + \frac{3}{4} \sqrt{3^2+1{,}5^2}\, e^{j(-5\cdot 10^4 \pi + 0{,}46365)} + 0{,}5 \cdot e^{j(-10^5 \pi + \pi/2)} + \frac{1}{4} \sqrt{0{,}5^2+1^2}\, e^{j(-1{,}5 \cdot 10^5 \pi + 1{,}10715)} \right)$$

→ Producen distorsión de atenuación, ya que las amplitudes se ven afectadas en cada uno de los armónicos. No se corresponde con un original.

Tb. existe una distorsión de fase ó retardo. En cada uno de los armónicos independientemente le afecta una fase totalmente diferente.