

SOLUCION

Considerar una señal periódica (con periodo $T=10\text{ms}$) de la cual se conoce que contiene 6 armónicos dentro del ancho de banda con valores:

$$c_0=5; c_1=3+3j; c_2=2-j; c_3=0.5+1j; c_4=0.2-0.2j; c_5=0.3j; c_6=0.05$$

Contestar los dos apartados siguientes

- a) Esta señal se hace pasar por un medio de transmisión que tiene la siguiente función de transferencia

$$H(f) = \begin{cases} (1 - f / 600)e^{-j0.02\pi f} & \text{si } |f| \leq 600\text{Hz} \\ 0 & \text{si } |f| > 600\text{Hz} \end{cases}$$

- Calcular los coeficientes de la serie de Fourier de la señal después de pasar por el sistema.
- Determinar la señal resultante en el dominio del tiempo
- ¿Qué tipos de distorsiones se producen? Justificar la respuesta

- b) Se podría transmitir por un medio de transmisión que se pudiera modular mediante una red RC donde $1/RC=100\pi$ rad/s

a)

$$H(\omega) = \begin{cases} (1 - \omega / (1220\pi))e^{-j\omega/100} & \text{si } |\omega / (2\pi)| \leq 600 \\ 0 & \text{si } |\omega / (2\pi)| > 600 \end{cases}$$

La fase de $H(\omega)$ es $(-\omega/100)$ y el módulo es $|(1 - \omega / (1220\pi))|$ si $|\omega / (2\pi)| \leq 600$.

La señal de entrada es :

$$f(t) = (1/T)(c_0 + c_1 \exp(j\omega_1 t) + c_2 \exp(j\omega_2 t) + c_3 \exp(j\omega_3 t) + c_4 \exp(j\omega_4 t) + c_5 \exp(j\omega_5 t) + c_6 \exp(j\omega_6 t)) \quad \text{donde } \omega_n = (2\pi/T)n = 200\pi n$$

La señal de salida es :

$$g(t) = (1/T) \sum_{n=0}^{n=6} |H(\omega_n)| c_n \exp(j\omega_n t + \varphi(\omega_n))$$

Como c_0 es distinto de cero entonces hay componente de continua.

Haciendo cuentas se tiene que: $H(\omega_0)=1$, $H(\omega_1)=5/6$, $H(\omega_2)=2/3$, $H(\omega_3)=1/2$,

$H(\omega_4)=1/3$, $H(\omega_5)=1/6$ y $H(\omega_6)=0$.

Los nuevos coeficientes son $|H(\omega_n)| C_n$: 5, $(5/2)(1+j)$, $(2/3)(2-j)$, $(1/2)((1/2)+j)$, $(1/15)(1-j)$, $j/20$, 0

Las fases son $\mathcal{G}(\omega_n) = -\omega_n/100 = -2\pi n$

Como se conocen las nuevas amplitudes $|H(\omega_n)| C_n$, y las fases $\mathcal{G}(\omega_n)$ entonces conocemos la nueva señal en el tiempo.

Las únicas distorsiones que se producen son distorsiones de atenuación ya que las fases $\mathcal{G}(\omega_n)$ son todas múltiplos de 2π , y por tanto no se producen distorsiones de retardo.

Las amplitudes de los distintos armónicos sí sufren modificaciones por lo que se presentará distorsión de atenuación.

b) Si se trata de una red RC entonces se tiene que el sistema tiene un ancho de banda de $B_s = 1/(2\pi RC) = 50 \text{ Hz}$ ó $100\pi \text{ rad/seg}$. Como $\omega_n = 200\pi n$ con $n=0, \dots, 6$ para nuestra señal entonces se tiene que el ancho de banda de la señal es mucho mayor que el ancho de banda del sistema con lo que no todas las componentes de la señal original estarán atenuadas en la misma medida y se producirá una señal fuertemente distorsionada. En conclusión no se podría transmitir tal señal por este medio de transmisión.