

## Ejercicios 2 correspondientes al Grupo A

Realizados por: Jorge Gómez Cordero, DNI - 70891797

Considerar una señal periódica (con periodo  $T=10\text{ms}$ ) de la cual se conoce que contiene 6 armónicos dentro del ancho de banda con valores:

$$c_0=5; c_1=3+3j; c_2=2-j; c_3=0.5+1j; c_4=0.2-0.2j; c_5=0.3j; c_6=0.05$$

Contestar los dos apartados siguientes

- a) Esta señal se hace pasar por un medio de transmisión que tiene la siguiente función de transferencia

$$H(f) = \begin{cases} (1 - f / 600)e^{-j0.02\pi f} & \text{si } |f| \leq 600\text{Hz} \\ 0 & \text{si } |f| > 600\text{Hz} \end{cases}$$

- Calcular los coeficientes de la serie de Fourier de la señal después de pasar por el sistema.

Se tiene un periodo de  $T=10\text{ms}=10*10^{-3}\text{s}$

Se obtienen las frecuencias de cada armónico:  $\omega = 2\pi/T \Rightarrow \omega_n = 2\pi n/10*10^{-3}$

$$\omega_0 = 0$$

$$\omega_1 = 2\pi/10*10^{-3} = 200\pi$$

$$\omega_2 = 4\pi/10*10^{-3} = 400\pi$$

$$\omega_3 = 6\pi/10*10^{-3} = 600\pi$$

$$\omega_4 = 8\pi/10*10^{-3} = 800\pi$$

$$\omega_5 = 10\pi/10*10^{-3} = 1000\pi$$

$$\omega_6 = 12\pi/10*10^{-3} = 1200\pi$$

Se pasa la frecuencia lineal del sistema a frecuencia angular multiplicando por  $2\pi$

$$H(\omega) = \begin{cases} (1 - \omega / 600)e^{-j0.02\pi\omega} & \text{si } |\omega| \leq 1200\pi\text{rad} / \text{s} \\ 0 & \text{si } |\omega| > 1200\pi\text{rad} / \text{s} \end{cases}$$

Se obtienen los nuevos coeficientes tras pasar la señal por el sistema:

$$C_0' = C_0 H(\omega_0) = 5 * (1 - 0/1200\pi) = 5$$

$$C_1' = C_1 H(\omega_1) = (3 + 3j) * ((1 - 200\pi/1200\pi) e^{-j0.02\pi 200\pi}) = 2.5 e^{-j\pi 4\pi} + j2.5 e^{-j\pi 4\pi}$$

$$C_2' = C_2 H(\omega_2) = (2 - j) * ((1 - 400\pi/1200\pi) e^{-j0.02\pi 400\pi}) = 1.33 e^{-j\pi 8\pi} - j0.66 e^{-j\pi 8\pi}$$

$$C_3' = C_3 H(\omega_3) = (0.5 + j) * ((1 - 600\pi/1200\pi) e^{-j0.02\pi 600\pi}) = 0.25 e^{-j\pi 12\pi} + j0.5 e^{-j\pi 12\pi}$$

$$C_4' = C_4 H(\omega_4) = (0.2 + 0.2j) * ((1 - 800\pi/1200\pi) e^{-j0.02\pi 800\pi}) = 0.13 e^{-j\pi 16\pi} + j0.13 e^{-j\pi 16\pi}$$

$$C_5' = C_5 H(\omega_5) = 0.3j * ((1 - 1000\pi/1200\pi) e^{-j0.02\pi 1000\pi}) = 0.05 e^{-j\pi 20\pi}$$

$$C_6' = C_6 H(\omega_6) = 0.05j * ((1 - 1200\pi/1200\pi) e^{-j0.02\pi 1200\pi}) = 0$$

- Determinar la señal resultante en el dominio del tiempo

Para determinar la señal resultante en el dominio del tiempo hay que pasar las exponenciales a sumas de senos y cosenos.

$$C_0' = 5$$

$$\begin{aligned} C_1' &= 2.5 e^{-j\pi 4\pi} + j2.5 e^{-j\pi 4\pi} = \\ &= 2.5(\cos(-4\pi^2) + j\text{sen}(-4\pi^2)) + j2.5(\cos(-4\pi^2) + j\text{sen}(-4\pi^2)) = -0.47 - 1.92j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2' &= 1.33 e^{-j\pi 8\pi} - j0.66 e^{-j\pi 8\pi} = \\ &= 1.33(\cos(-8\pi^2) + j\text{sen}(-8\pi^2)) - j0.66(\cos(-8\pi^2) + j\text{sen}(-8\pi^2)) = 1.066 - 0.128j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_3' &= 0.25 e^{-j\pi 12\pi} + j0.5 e^{-j\pi 12\pi} = \\ &= 0.25(\cos(-12\pi^2) + j\text{sen}(-12\pi^2)) + j0.5(\cos(-12\pi^2) + j\text{sen}(-12\pi^2)) = 0.545 + 0.49j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_4' &= 0.13 e^{-j\pi 16\pi} + j0.13 e^{-j\pi 16\pi} = \\ &= 0.13(\cos(-16\pi^2) + j\text{sen}(-16\pi^2)) + j0.13(\cos(-16\pi^2) + j\text{sen}(-16\pi^2)) = \\ &= -9.1 * 10^{-3} + 0.1833j \end{aligned}$$

$$C_5' = 0.05 e^{-j\pi 20\pi} = 0.05(\cos(-20\pi^2) + j\text{sen}(-20\pi^2)) = -0.043 + 0.025j$$

$$C_6' = 0$$

Con estos datos ya se puede poner la señal en el dominio del tiempo a través de la serie de Fourier:

$$f(t) = a_0/T + 2/T \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\omega_n t) + b_n \text{sen}(\omega_n t)$$

teniendo como coeficientes los siguientes:

$$\begin{aligned} a_0 &= 5 \\ a_1 &= -0.47 & b_1 &= -1.92 \\ a_2 &= 1.066 & b_2 &= -0.128 \\ a_3 &= 0.545 & b_3 &= 0.49 \\ a_4 &= -9.1 \cdot 10^{-3} & b_4 &= -0.1833 \\ a_5 &= -0.043 & b_5 &= 0.025 \\ a_6 &= 0 & b_6 &= 0 \end{aligned}$$

sólo habría que sustituir los coeficientes en la serie.

- ¿Qué tipos de distorsiones se producen? Justificar la respuesta

Se presenta distorsión de atenuación ya que los coeficientes originales han sido modificados al ser enviados a través del sistema.

- b) Se podría transmitir por un medio de transmisión que se pudiera modelar mediante una red RC donde  $1/RC=100\pi$  rad/s

No se puede transmitir porque las frecuencias de los armónicos (van desde  $200\pi$  hasta  $1200\pi$ ) son mayores que el ancho de banda del sistema ( $100\pi$ ).