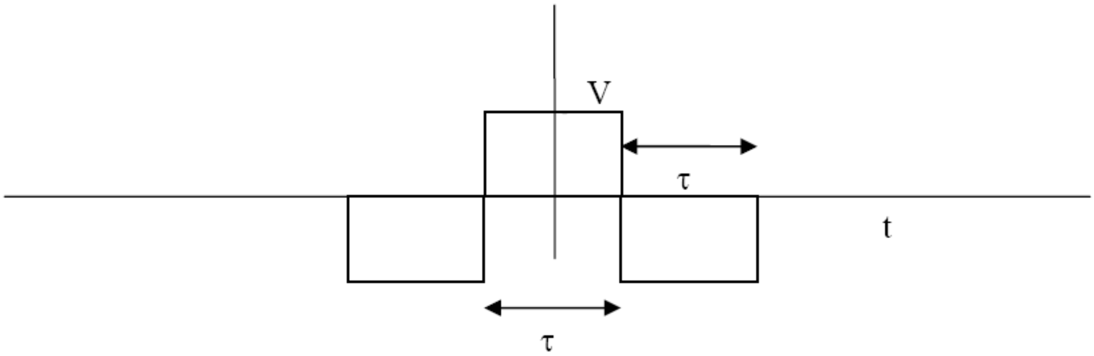
ALBERTO MANJÓN GARCÍA
DNI: 70883921-Z

Ejercicios Transmisión de Datos Grupo-b

Ejercicio 1.- Calcular la integral de Fourier de la siguiente señal:



Para calcular esta integral de Fourier tan solo hace falta aplicar las propiedades de la integral de Fourier a la de un pulso rectangular, de tal modo que con las propiedades de linealidad y el teorema de desplazamiento en el tiempo la integral ya queda resuelta.
Si tenemos que la expresión de Fourier de un pulso rectangular es:

$$P(\omega) = V\tau \frac{\sin\left(\omega \frac{\tau}{2}\right)}{\omega \frac{\tau}{2}}$$

Entonces la expresión de la función deseada, en función de esta y aplicando las propiedades enunciadas anteriormente será:

$$F(\omega) = -P(\omega)\, e^{j\omega\tau} + P(\omega) - P(\omega)\, e^{-j\omega\tau}$$

Y sustituyendo $P(\omega)$ con su valor y realizando los cálculos el resultado es:

$$F(\omega) = P(\omega)\left(1 - e^{j\omega\tau} - e^{-j\omega\tau}\right)$$

Sustituyo el valor de las exponenciales por su expresión en forma de senos y cosenos:

$$F(\omega) = P(\omega)\,(1 - \cos(\omega\tau) - \sin(\omega\tau)\, j - \cos(\omega\tau) + \sin(\omega\tau)\, j) = P(\omega)\,(1 - 2\cos(\omega\tau))$$

y sustituyendo el valor de la expresión de Fourier del pulso rectangular queda:

$$F(\omega) = \left(V\tau \frac{\sin\left(\omega \frac{\tau}{2}\right)}{\omega \frac{\tau}{2}}\right)(1 - 2\cos(\omega\tau))$$

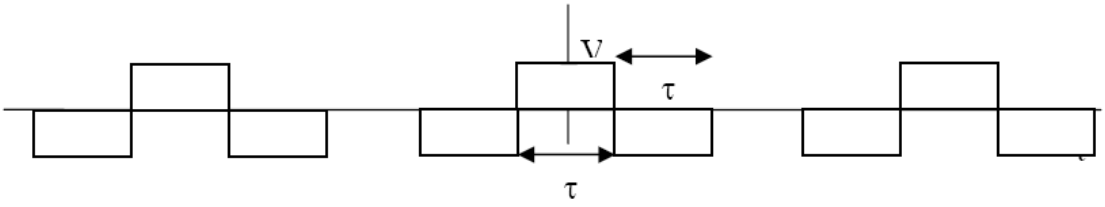
Para ver que esta bien calculada veremos que el valor de la expresión de Fourier en 0 equivale al área bajo la curva de la función en el tiempo:

$$\text{Área} = v\tau - 2\,v\tau = -v\tau$$

$$F(0) = \left(V\tau \frac{\sin(0)}{0}\right)(1 - 2\cos(0)) = v\tau\,(1 - 2) = -v\tau$$

Equivalen, luego esta bien calculada.

Ejercicio 2.- Utilizando los resultados anteriores calcular los coeficientes de Fourier de la señal periódica:



Los coeficientes de la serie de Fourier son la integral de Fourier tomando ω_n en vez de ω, y dado que $\omega_{n}=\frac{2\Pi}{T}$n; donde n=0,1,2,3… y T, en esta señal es 4τ , sustituyendo queda $\omega_{n}=\frac{2\Pi}{4\tau}n=\frac{\Pi}{2\tau}$n, con lo que los coeficientes quedaran:

$$c_n = \left(V\tau \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2\tau}\,\frac{\tau}{2}\,n\right)}{\frac{\pi}{2}\,\frac{\tau}{2}\,n}\right)\left(1-2\cos\left(\frac{\pi}{2\tau}\,\tau n\right)\right) = \left(V\tau \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}\,n\right)}{\frac{\pi}{4}\,n}\right)\left(1-2\cos\left(\frac{\pi}{2}\,n\right)\right)$$

Ejercicio 3.- Calcular y representar el espectro en frecuencia para los 6 primeros coeficientes:

Con la expresión general de los coeficientes y la ω_n calculadas anteriormente:

$$c_0 = \left(V\tau \frac{\sin(0)}{0}\right)(1-2\cos(0)) = -V\tau$$

$$c_1 = \left(V\tau \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\frac{\pi}{4}}\right)\left(1-2\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = \left(V\tau \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\pi}{4}}\right)(1-0) = V\tau\,\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

$$c_2 = \left(V\tau \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}}\right)(1-2\cos(\pi)) = \left(V\tau \frac{1}{\frac{\pi}{2}}\right)(1+2) = V\tau\,\frac{6}{\pi}$$

$$c_3 = \left(V\tau \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{\frac{3\pi}{4}}\right)\left(1-2\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right) = \left(V\tau \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{3\pi}{4}}\right)(1-0) = V\tau\,\frac{2\sqrt{2}}{3\pi}$$

$$c_4 = \left(V\tau \frac{\sin(\pi)}{\pi}\right)(1-2\cos(2\pi)) = \left(V\tau \frac{0}{\pi}\right)(1-1) = 0$$

$$c_5 = \left(V\tau \frac{\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)}{\frac{5\pi}{4}}\right)\left(1-2\cos\left(\frac{5\pi}{2}\right)\right) = \left(V\tau \frac{-\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{5\pi}{4}}\right)(1-0) = -V\tau\,\frac{2\sqrt{2}}{5\pi}$$

$$c_6 = \left(V\tau \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{\frac{3\pi}{2}}\right)(1-2\cos(3\pi)) = \left(V\tau \frac{-1}{\frac{3\pi}{2}}\right)(1+2) = -V\tau\,\frac{2}{\pi}$$

Y la representación de se espectro en frecuencia, al ser un número real puro, equivale a la representación de se espectro en amplitud, es decir a representar el módulo de los coeficientes calculados en el ejercicio anterior:

ALBERTO MANJÓN GARCÍA
DNI: 70883921-Z