1.- Integral de Fourier de la siguiente señal:

f (t) = {-V si $-2\tau \le t \le -\tau$, V si $\tau \le t \le 2\tau$, 0 en otro caso}

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-j\omega t)\, dt.$$ En nuestro caso :

$$F(\omega) = \int_{-2\tau}^{-\tau} -V \exp(-j\omega t)\, dt + \int_{\tau}^{2\tau} V \exp(-j\omega t)\, dt$$

$$F(\omega) = \frac{V}{j\omega}(\exp(j\omega\tau) - \exp(2j\omega\tau)) - \frac{V}{j\omega}(\exp(-2j\omega\tau) - \exp(-j\omega\tau))$$

$$F(\omega) = \frac{V}{j\omega}[\exp(j\omega\tau) + \exp(-j\omega\tau)] - \frac{V}{j\omega}[\exp(2j\omega\tau) + \exp(-2j\omega\tau)]$$

$$F(\omega) = \frac{V}{j\omega} 2\cos(\omega\tau) - \frac{V}{j\omega} 2\cos(2\omega\tau) = \frac{2V}{j\omega}(\cos(\omega\tau) - \cos(2\omega\tau))$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(j\omega t)\, d\omega$$

2.- Coeficientes de la señal periódica:

$T = 4\tau$

$$f(t) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n \exp(j\omega_n t) \text{ siendo } c_n = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\exp(-j\omega_n t)\, dt \text{ y } \omega_n = \frac{2\pi}{T} n$$

$$c_n = \int_{-4\tau/2}^{4\tau/2} f(t)\exp(-j\omega_n t)\, dt = \int_{-2\tau}^{-\tau} -V\exp(-j\omega_n t)\, dt + \int_{\tau}^{2\tau} V\exp(-j\omega_n t)\, dt$$

De acuerdo con el apartado1. tenemos que:

$$c_n = \frac{2V}{j\omega_n}(\cos(\omega_n\tau) - \cos(2\omega_n\tau)) \text{ con } n \in \mathbf{Z} \text{ y } \omega_n = \frac{2\pi}{T} n = \frac{2\pi}{4\tau} n$$

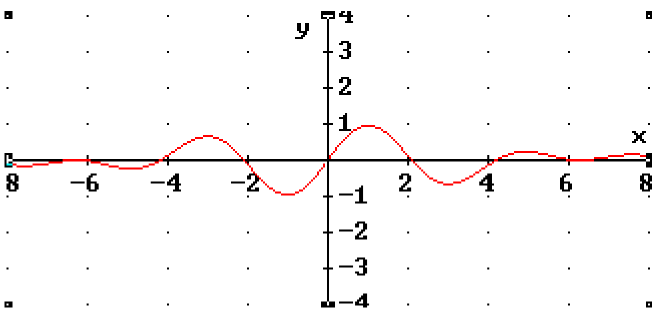
Haciendo cuentas teniendo en cuenta que $T = 4\tau$

$$c_n = \frac{4V\tau}{jn\pi}\left(\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \cos(n\pi)\right).$$ Además $c_n = -c_{-n}$

Entonces se tiene que:

$$c_1 = \frac{4V\tau}{j\pi};\ c_2 = -\frac{4V\tau}{j\pi};\ c_3 = \frac{4V\tau}{3j\pi};\ c_4 = 0;\ c_5 = \frac{4V\tau}{5j\pi};\ c_6 = -\frac{4V\tau}{3j\pi}$$

La representación gráfica de (1/x) (cos x – cos (2x)) es



Entonces $|F(\omega)| = 2V\tau\, g(\omega\tau)$ donde g(x)= (1/x) (cos x – cos (2x)).