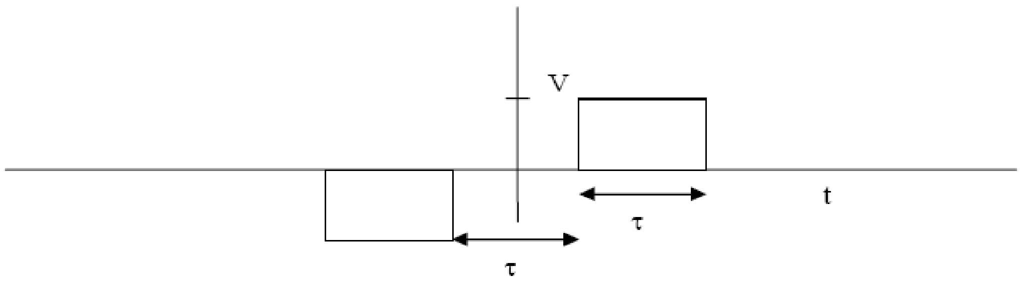
Ejercicios 1 correspondientes al Grupo A

Realizados por: Jorge Gómez Cordero, DNI - 70891797

1. Calcular la integral de Fourier de la siguiente señal:



Aplicando las propiedades de la integral de Fourier se tiene que:

$F(\omega) = F_1(\omega)+F_2(\omega)$ por la propiedad de linealidad. Siendo $F_1(\omega)$ la primera parte del pulso (negativa) y $F_2(\omega)$ la segunda parte del pulso (positiva).

Teniendo una integral conocida como es el pulso rectangular centrado en el origen:

$$F(\omega) = v\tau \frac{sen(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}$$

Se aplica el teorema de desplazamiento en el tiempo:

Para la primera parte del pulso se tiene: $F_1(\omega) = -v\tau \frac{sen(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} e^{j\omega\tau}$

Para la segunda parte del pulso se tiene: $F_1(\omega) = v\tau \frac{sen(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} e^{-j\omega\tau}$

Uniendo las dos partes del pulso se tiene:

$F(\omega) = -v\tau \frac{sen(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} e^{j\omega\tau} + v\tau \frac{sen(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} e^{-j\omega\tau}$ sacando factor común se obtiene

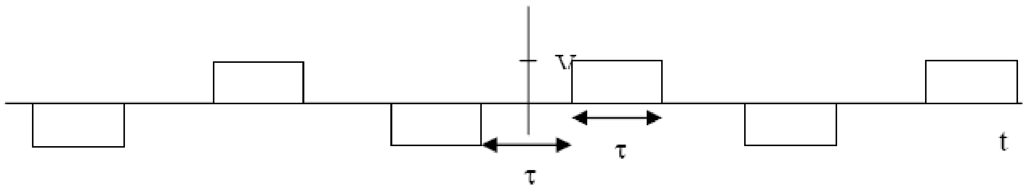
$F(\omega) = v\tau \frac{sen(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} (e^{-j\omega\tau} - e^{j\omega\tau})$ se ponen los números complejos en su notación de

sen y cos $F(\omega) = v\tau \frac{sen(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} 2jsen(\omega\tau)$

Se cumplen algunas de las propiedades de la integral de Fourier como son:

La componente de continua es 0 (F(0) = 0), con lo que se corresponde con el área bajo la curva.
La transformada de Fourier de una función impar es una función imaginaria e impar pura.

2. Utilizando los resultados anteriores calcular los coeficientes de la serie de Fourier de la siguiente señal periodica



Para obtener los coeficientes de la serie de Fourier primero se necesita saber el periodo con el cual se repite el pulso, gráficamente se puede observar que la señal se repite con un periodo igual a $4\tau \Rightarrow T = 4\tau$.

Por lo tanto se tiene la siguiente frecuencia: $\omega_n = \frac{2\pi n}{T} \Rightarrow \frac{2\pi n}{4\tau.} \Rightarrow \omega_n = \frac{\pi n}{2\tau.}$

Por lo tanto con el resultado anterior se tiene que los coeficientes de la serie de Fourier serán de la forma:

$C_n = v\tau \frac{\text{sen}(\omega_n \tau/2)}{\omega_n \tau/2}\, 2j\text{sen}(\omega_n \tau)$ y sustituyendo por el valor de ω_n se tiene que:

$C_n = v\tau \frac{\text{sen}(\pi n\tau/4\tau)}{\pi n\tau/4\tau} 2j\text{sen}(\pi n\tau/2\tau)$ y simplificando $C_n = v\tau \frac{\text{sen}(\pi/4)}{\pi/4}\, 2j\text{sen}(\pi n/2)$

Los coeficientes de la serie de Fourier son:

$C_0 = 0$

$C_1 = v\tau \frac{\text{sen}(\pi/4)}{\pi/4} 2j\text{sen}(\pi/2) = v\tau \frac{\sqrt{2}/2}{\pi/4}\, 2j = v\tau \frac{4\sqrt{2}}{\pi}\, j$

$C_2 = v\tau \frac{\text{sen}(\pi/2)}{\pi/2}\, 2j\text{sen}(\pi) = 0$

$C_3 = v\tau \frac{\text{sen}(3\pi/4)}{3\pi/4} 2j\text{sen}(3\pi/2) = -v\tau \frac{\sqrt{2}/2}{3\pi/4}\, 2j = -v\tau \frac{4\sqrt{2}}{3\pi}\, j$

$C_4 = v\tau \frac{\text{sen}(\pi)}{\pi}\, 2j\text{sen}(2\pi) = 0$

$C_5 = v\tau \frac{\text{sen}(5\pi/4)}{5\pi/4} 2j\text{sen}(5\pi/2) = -v\tau \frac{\sqrt{2}/2}{5\pi/4}\, 2j = -v\tau \frac{4\sqrt{2}}{5\pi}\, j$

$C_6 = v\tau \frac{\text{sen}(3\pi/2)}{3\pi/2} 2j\text{sen}(3\pi) = 0$

Para los coeficientes de la parte negativa quedan los mismos que la parte positiva cambiando el signo.

$$C_{-1} = v\tau \frac{sen(-\pi/4)}{-\pi/4} 2jsen(-\pi/2) = -v\tau \frac{\sqrt{2}/2}{\pi/4} 2j = -v\tau \frac{4\sqrt{2}}{\pi} j$$

$$C_{-2} = v\tau \frac{sen(-\pi/2)}{-\pi/2} 2jsen(-\pi) = 0$$

$$C_{-3} = v\tau \frac{sen(-3\pi/4)}{-3\pi/4} 2jsen(-3\pi/2) = v\tau \frac{\sqrt{2}/2}{3\pi/4} 2j = v\tau \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} j$$

$$C_{-4} = v\tau \frac{sen(-\pi)}{-\pi} 2jsen(-2\pi) = 0$$

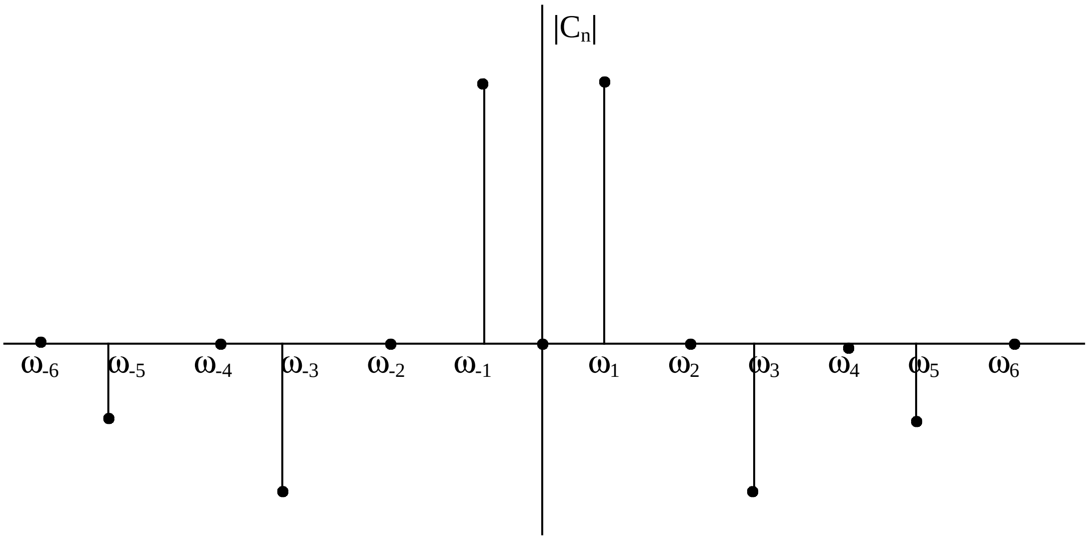
$$C_{-5} = v\tau \frac{sen(-5\pi/4)}{-5\pi/4} 2jsen(-5\pi/2) = v\tau \frac{\sqrt{2}/2}{5\pi/4} 2j = v\tau \frac{4\sqrt{2}}{5\pi} j$$

$$C_{-6} = v\tau \frac{sen(-3\pi/2)}{-3\pi/2} 2jsen(-3\pi) = 0$$

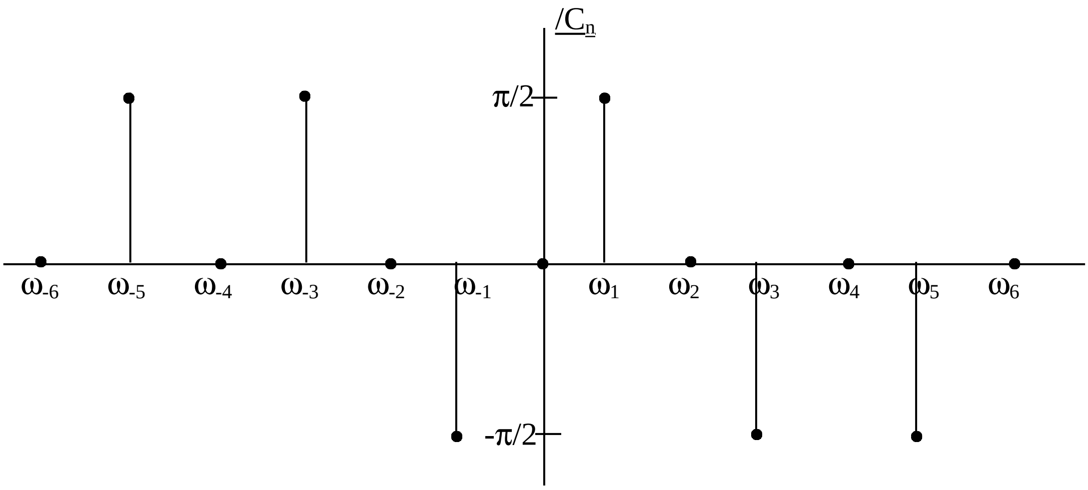
Para representar el espectro en frecuencia se representa primero el espectro en amplitud y fase. Se calcula para ello el modulo y la fase de cada coeficiente.

$\lvert C_0 \rvert = 0$	$/C_0 = 0$	$\lvert C_0 \rvert = 0$	$/C_0 = 0$
$\lvert C_1 \rvert = v\tau \frac{4\sqrt{2}}{\pi} = 1{,}8v\tau$	$/C_1 = \pi/2$	$\lvert C_{-1} \rvert = v\tau \frac{4\sqrt{2}}{5\pi} = 1{,}8v\tau$	$/C_{-1} = -\pi/2$
$\lvert C_2 \rvert = 0$	$/C_2 = 0$	$\lvert C_{-2} \rvert = 0$	$/C_{2-2} = 0$
$\lvert C_3 \rvert = -v\tau \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} = -0{,}6v\tau$	$/C_3 = -\pi/2$	$\lvert C_{-3} \rvert = -v\tau \quad = -0{,}6v\tau$	$/C_{-3} = \pi/2$
$\lvert C_4 \rvert = 0$	$/C_4 = 0$	$\lvert C_{-4} \rvert = 0$	$/C_{-4} = 0$
$\lvert C_5 \rvert = -v\tau \frac{4\sqrt{2}}{5\pi} = -0{,}36v\tau$	$/C_5 = -\pi/2$	$\lvert C_{-5} \rvert = -v\tau \quad = -0{,}36v\tau$	$/C_{-5} = \pi/2$
$\lvert C_6 \rvert = 0$	$/C_6 = 0$	$\lvert C_{-6} \rvert = 0$	$/C_{-6} = 0$

ESPECTRO EN AMPLITUD



ESPECTRO EN FASE



ESPECTRO EN FRECUENCIA