Transmisión de Datos: Ejercicios del Tema 2

Pablo García Figuerola, Grupo A

28 de febrero de 2006

1 Calcular la integral de Fourier de una señal

Cálculo de la integral Por linealidad se puede descomponer esa señal en la suma de otras dos señales. Así la integral de Fourier de la señal dada $F(\omega) = -F(\omega_1) + F(\omega_2)$. Siendo ω_1 la señal centrada a distancia $-\frac{\tau}{2}$ del 0, y ω_2 la señal centrada en $\frac{\tau}{2}$.

De lo cual se puede decir, si $R(\omega) = V\tau\frac{\sin(\omega\frac{\tau}{2})}{\omega\frac{\tau}{2}}$, que $F(\omega_1) = R(\omega)e^{j\omega\tau}$ y que $F(\omega_2) = R(\omega)e^{-j\omega\tau}$, que junto por la propiedad deducida anteriormente de la linealidad, nos permiten expresar la integral buscada de la siguiente forma:

$F(\omega) = -R(\omega)e^{j\omega\tau} + R(\omega)e^{-j\omega\tau} \Rightarrow F(\omega) = R(\omega)(e^{-j\omega\tau} - e^{j\omega\tau})$, que por la relación de Euler pasa a ser $F(\omega) = R(\omega)(\cos(-\omega\tau) + \sin(-\omega\tau)j - (\cos(\omega\tau) + \sin(\omega\tau)j))$, y por ser $\cos(x) = \cos(-x)$, y $-\sin(x) = \sin(-x)$: $F(\omega) = R(\omega)(\cos(\omega\tau) - \sin(\omega\tau)j - \cos(\omega\tau) - \sin(\omega\tau)j) \Rightarrow F(\omega) = -2R(\omega)\sin(\omega\tau)j \Rightarrow$

$F(\omega) = -2V\tau\frac{\sin(\omega\frac{\tau}{2})}{\omega\frac{\tau}{2}}\sin(\omega\tau)j$

Comprobación Podemos observar que esta integral de Fourier siempre es imaginaria, y dado que la función es impar, nada parece indicar que esté mal calculada.

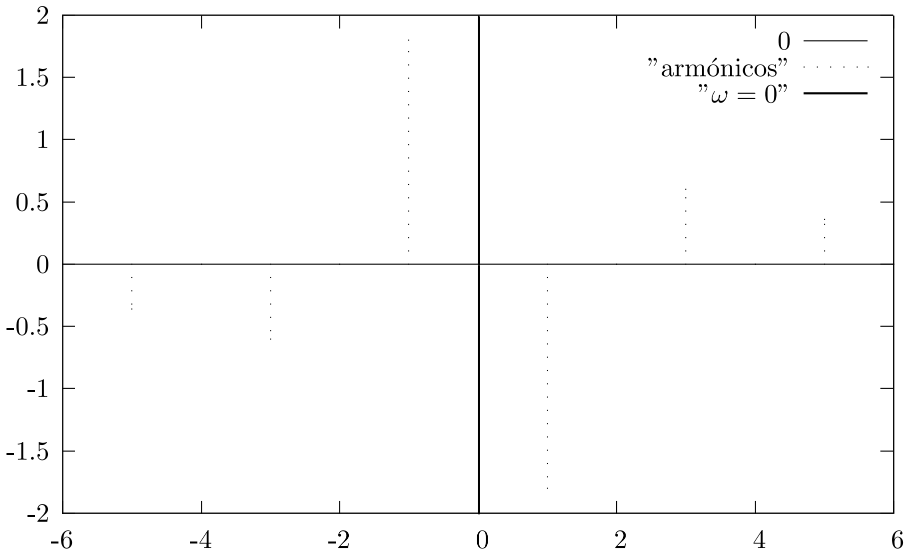
Igualmente a simple vista se observa que el área que encierra la curva es nula, por tanto la componente de continua de la señal debería ser 0, es decir que para $\omega = 0$ (ya que $f = 0$ en continua) $F(\omega) = 0$. Veamos si es cierto: $F(0) = -2V\tau\frac{\sin(0\frac{\tau}{2})}{0\frac{\tau}{2}}\sin(0\tau)j = -2V\tau \cdot 1 \cdot 0j = 0$, luego es cierto (nótese que $\lim_{a\to 0}\frac{\sin(a)}{a} = 1$). En principio nada hace pensar que la integral esté mal calculada.

2 Utilizando los resultados anteriores calcular los coeficientes de la serie de Fourier de la señal anterior, pero periódica

Serie de Fourier y coeficientes Se puede ver en el gráfico del enunciado que el periodo $T = 4\tau \Rightarrow \omega_n = \frac{2n\pi}{T} = \frac{n\pi}{2\tau}$, luego el término general de la serie $c_n = -2V\tau\frac{\sin(n\frac{\pi}{4})}{n\frac{\pi}{4}}\sin(n\frac{\pi}{2})j$
Los siete primeros términos de la serie son (de forma aproximada):

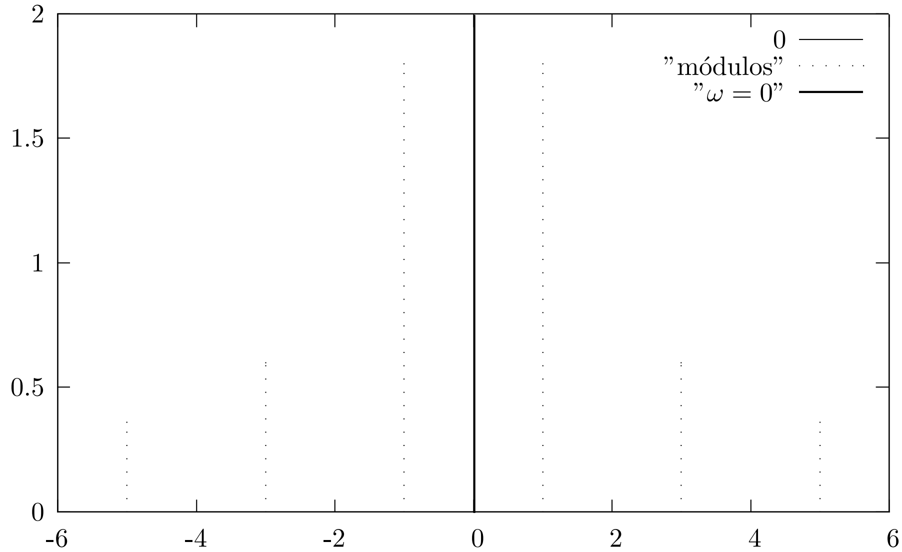
1. $c_0 = 0$
2. $c_1 = -1.800633V\tau j$
3. $c_2 = 0$
4. $c_3 = 0.600211V\tau j$
5. $c_4 = 0$
6. $c_5 = 0.360127V\tau j$
7. $c_6 = 0$

Espectro El espectro de la señal, según los valores calculados (y sus conjugados, ya que $c_{-n} = c_n*$:



Nota: se han representado los coeficientes de $V\tau j$. El nivel de continua es 0, la línea gruesa solamente está ahí para diferenciar una parte de otra.

Módulo La representación de los coeficientes de $V\tau$ del módulo es la siguiente:



Nota: El nivel de continua es 0, la línea gruesa solamente está ahí para diferenciar una parte de otra.

Fase La fase de la serie puede ser $-\frac{\pi}{2}$,0 o $\frac{\pi}{2}$, ya que es imaginaria, y según el signo que tome, o bien que tome el valor 0, la fase será uno de esos tres números