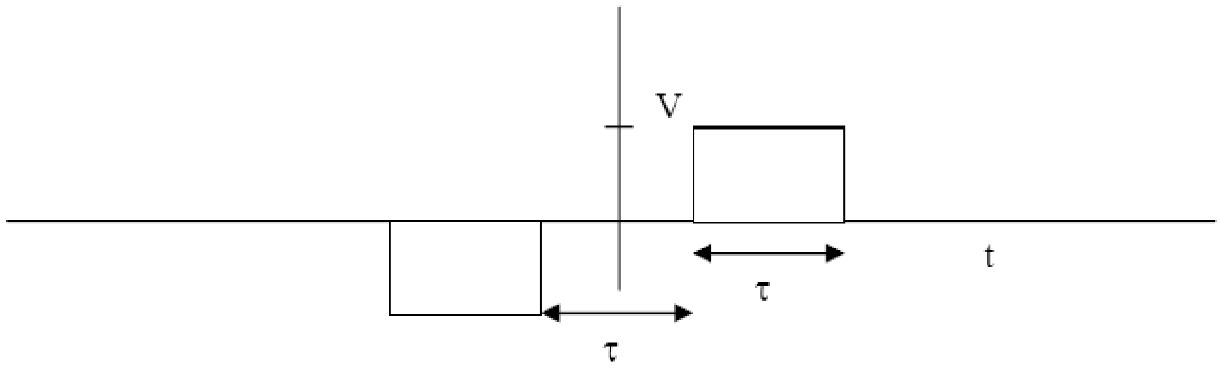
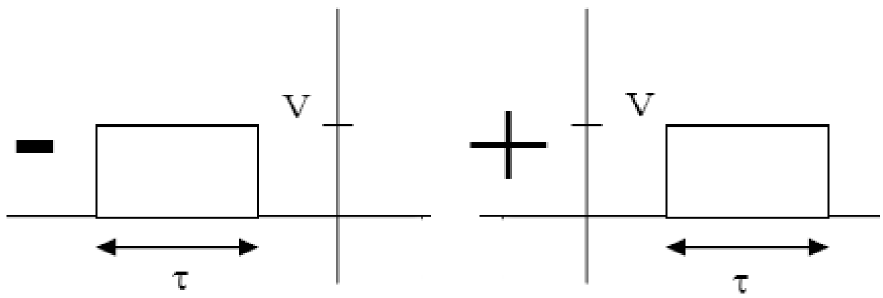
1. Calcular la integral de Fourier de la siguiente señal:



Por la propiedad de linealidad, descomponemos la señal en la suma de señales más sencillas, así, La señal inicial S_0 se descompondrá en dos señales S_1 y S_2:



De este modo, la integral de Fourier $F(\omega) = -F_1(\omega) + F_2(\omega)$;

La integral de Fourier de un pulso rectangular es $R(\omega) = V\tau\left(\frac{(sen(\omega\tau/2))}{(\omega\tau/2)}\right)$;

Según el teorema de desplazamiento en el tiempo, si un pulso está desplazado hacia la izquierda o hacia la derecha, su integral de Fourier será $F(\omega)$ multiplicada por $e^{j\omega x}$, siendo *x* el desplazamiento y el exponente positivo si el desplazamiento es hacia la izquierda y negativo si es hacia la derecha. Dado que nuestro pulso está desplazado τ, la integral de Fourier de la señal será:

$F(\omega) = -R(\omega)e^{j\omega\tau} + R(\omega)e^{-j\omega\tau} = R(\omega)(-e^{j\omega\tau} + e^{-j\omega\tau})$;

Como $e^{j\omega\tau} + e^{-j\omega\tau}$ son iguales salvo el signo del exponente, puede sustituirse por la función senoidal $2\text{sen}(\omega\tau)j$. La integral de Fourier quedaría, pues, del siguiente modo:

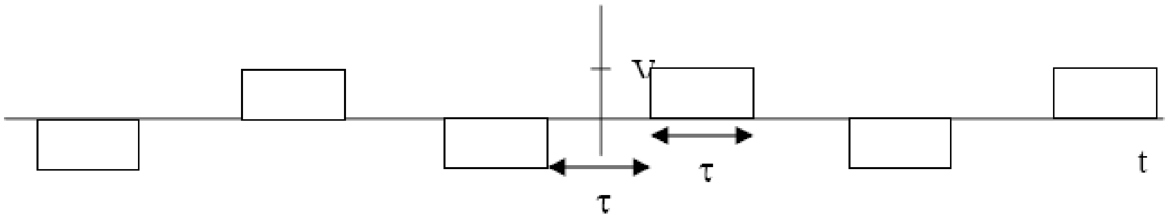
$$F(\omega) = V\tau\left(\frac{(sen(\omega\tau/2))}{(\omega\tau/2)}\right) \quad (-2\text{sen}(\omega\tau)j) \quad = \quad -2V\tau\left(\frac{(sen(\omega\tau/2))}{(\omega\tau/2)}\right) \quad (sen(\omega\tau)j) \quad ;$$

Comprobamos ahora si la señal verifica las propiedades de la integral de Fourier:

- La señal es impar, luego F(ω) ha de ser imaginaria pura. Dado que está multiplicada por j, la primera propiedad se cumple.
- La componente de contínua ha de ser igual al área situada bajo la curva. El área será 0, ya que el área de F_1 es igual al área de F_2 con signo opuesto. Calculamos ahora cuánto vale F(0):

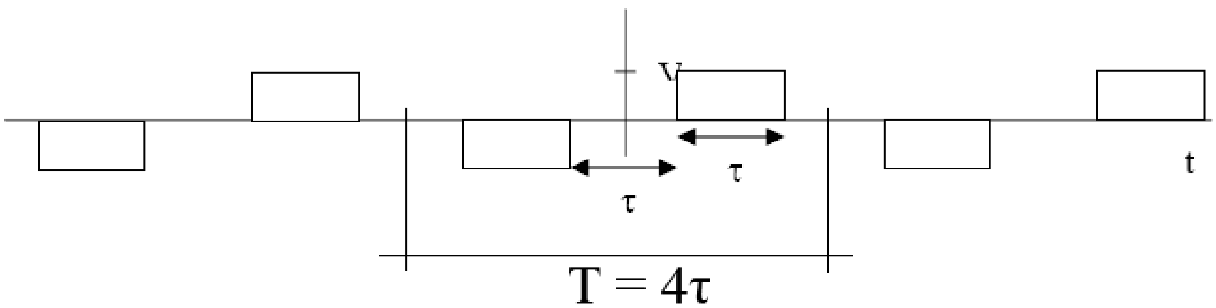
$$F(0) = V\tau\left(\frac{(sen(0))}{(0)}\right) \quad (-2\mathrm{sen}(0)\,j) = 1 \cdot 0 = 0 \rightarrow \underline{\text{Se cumple}}.$$

2. Utilizando los resultados anteriores calcular los coeficientes de la serie de Fourier de la siguiente señal periodica



Calcular y representar el espectro en frecuencia para los 6 primeros coeficientes

Lo primero que debemos hacer es encontrar el periodo:



Los coeficientes de la serie de Fourier serán Cn = $-2V\tau\left(\frac{(sen(\omega_n \tau/2))}{(\omega_n \tau/2)}\right) \quad (sen(\omega_n \tau)\, j)$

siendo $\omega_n = \frac{2\pi}{T}n$; Sustituyendo T en la ecuación: $\omega_n = \frac{2\pi}{4\tau}n = \frac{\pi}{2\tau}n$;

Los coeficientes de la serie de Fourier serán, pues:

$$C_n = ; \quad -2V\tau(\frac{(sen(\frac{\pi n}{4}))}{(\frac{\pi n}{4})})(sen(\frac{\pi n}{2})j)$$

Hallamos los 6 primeros coeficientes:

$$C_0 = \quad -2V\tau(\frac{(sen(0))}{(0)})(sen(0)j) \quad = 1 \cdot 0 = \mathbf{0};$$

$$C_1 = -2V\tau(\frac{(sen(\frac{\pi}{4}))}{(\frac{\pi}{4})})(sen(\frac{\pi}{2})j) \quad = \quad -2V\tau\frac{(\frac{1}{\sqrt{2}})}{(\frac{\pi}{4})}j \quad = \quad \frac{-8V\tau}{(\pi\sqrt{2})}j \quad = \quad \frac{(-4V\tau\sqrt{2})}{\pi}j \quad ;$$

$$C_2 = -2V\tau(\frac{(sen(\frac{\pi}{2}))}{(\frac{\pi}{2})})(sen(\pi)j) \quad = \quad \frac{(\frac{-2V\tau}{(\frac{\pi}{2})})\cdot(0j)}{} \quad = \mathbf{0};$$

$$C_3 = -2V\tau(\frac{(sen(\frac{3\pi}{4}))}{(\frac{3\pi}{4})})(sen(\frac{3\pi}{2})j) \quad = \quad -2V\tau(\frac{(sen(\frac{3\pi}{4}))}{(\frac{3\pi}{4})})(sen(\frac{3\pi}{2})j) \quad =$$

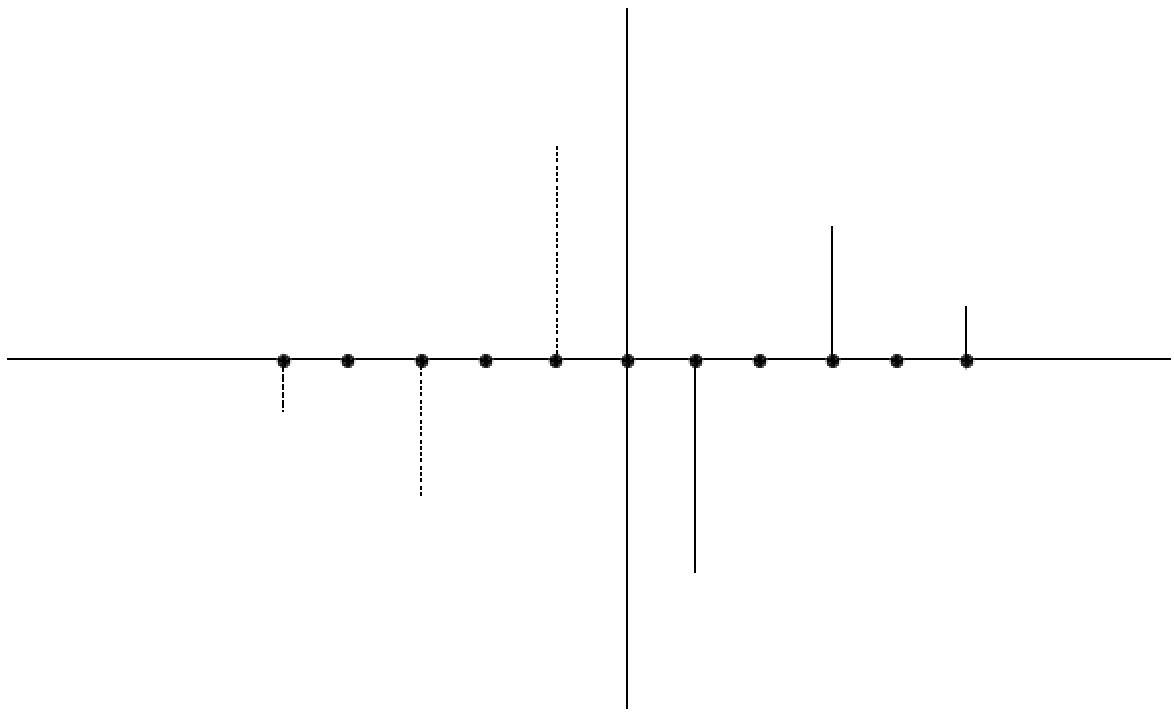
$$-2V\tau\frac{(\frac{1}{\sqrt{2}})}{(\frac{3\pi}{4})}(-1)j \quad = \quad \frac{(4\sqrt{2}V\tau)}{3\pi}j \quad ;$$

$$C_4 = \quad -2V\tau(\frac{(sen(\frac{4\pi}{4}))}{(\frac{4\pi}{4})})(sen(\frac{4\pi}{2})j) \quad = \quad -2V\tau\frac{0}{(\frac{4\pi}{4})}0j \quad = \mathbf{0};$$

$$C_5 = -2V\tau(\frac{(sen(\frac{5\pi}{4}))}{(\frac{5\pi}{4})})(sen(\frac{5\pi}{2})j) \quad = \quad -2V\tau\frac{(\frac{-1}{\sqrt{2}})}{(\frac{5\pi}{4})}j \quad = \quad \frac{(4\sqrt{2}V\tau)}{5\pi}j \quad ;$$

$$C_6 = -2V\tau(\frac{(sen(\frac{6\pi}{4}))}{(\frac{6\pi}{4})})(sen(\frac{6\pi}{2})j) \quad = \quad -2V\tau\frac{1}{(\frac{6\pi}{4})}0j \quad = \mathbf{0};$$

El gráfico del espectro en frecuencia quedaría así:



Daniel García García
71024375