



Electrotecnia: Análisis de circuitos

Departamento de Informática y Automática
UNIVERSIDAD DE SALAMANCA





Contenidos

Circuitos de corriente continua

- ✓ Tipos de conexión
 - ✓ Métodos de análisis
 - ✓ El condensador
- ✓ Fenómenos electromagnéticos
 - ✓ La inducción

Circuitos de corriente alterna

- ✓ Definiciones
 - ✓ Magnitudes alternas y reglas de operación
 - ✓ Potencia en régimen alterno
 - ✓ Análisis de circuitos
- ✓ Sistemas polifásicos
 - ✓ Conexiones y Potencia

Circuitos magnéticos



Introducción

Circuito eléctrico

- ✓ Conjunto formado por resistencias, bobinas, condensadores, generadores, transformadores, etc., conectados entre sí y en los cuales cuando se produce una excitación de tensión, corriente, etc., en alguno de los elementos se genera una respuesta de tensión, corriente, etc.

Clasificación

- ✓ Lineales / no lineales
- ✓ Invariantes / variantes en el tiempo
- ✓ Activos / pasivos

- ✓ Potencia $p(t) = v(t)i(t)$
- ✓ Energía $W(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau)i(\tau)d\tau$



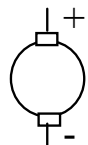
Introducción


Símbolos de esquemas eléctricos


— Corriente continua


~ Corriente alterna


—|— Pila

 Generador CC

 Generador CA

 Lámpara

 Resistor
(Resistencia)

 Bobina, devanado
(Inductancia)

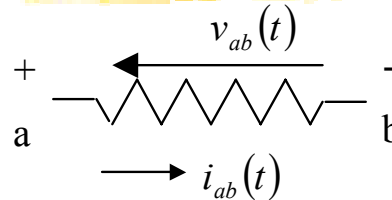
—||— Condensador

—○— Interruptor manual

—○— Interruptor automático



Resistencia, Resistor



Resistor

Resistencia

✓ Independiente de la diferencia de potencial $v_a(t)-v_b(t)$ y de la intensidad $i(t)$

$$R = \frac{v_{ab}(t)}{i(t)}$$

✓ Depende de características del conductor

✓ □ resistividad, ● longitud y S sección transversal del conductor

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Conductancia G y conductividad γ

$$G = \frac{1}{R} \quad \gamma = \frac{1}{\rho}$$

Variación de la resistencia con la temperatura

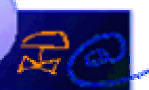
✓ Para los metales aumenta con T

✓ Para líquidos y algunos sólidos (C) disminuye con T

$$\left. \begin{array}{l} \text{✓ Para los metales aumenta con } T \\ \text{✓ Para líquidos y algunos sólidos (C) disminuye con } T \end{array} \right\} \rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

Ley de Joule

$$Q = RI^2 t ; P = RI^2$$



Resistencia

RESISTIVIDAD DE ALGUNOS
CONDUCTORES Y AISLANTES

Material	$\rho_{20} \left[\Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right]$	Material	$\rho_{20} \left[\Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right]$
Plata	0,016	Resistina	0,50
Cobre	0,01786	Kruppina	0,85
Bronce	0,018...0,056	Mercurio	0,96
Oro	0,023	Cromoníquel	1,10
Aluminio	0,02857	Bismuto	1,20
Magnesio	0,045	Pizarra	10^{12}
Grafito	0,046	Celuloide	10^{14}
Tungsteno (wolframio)	0,055	Tela endurecida	10^{14}
Zinc	0,063	Esteatita	10^{18}
Latón	0,07...0,09	Ámbar	10^{20}
Níquel	0,08...0,11	Baquelita	10^{20}
Hierro	0,10...0,15	Caucho	10^{20}
Estaño	0,11	Gutapercha	10^{20}
Platino	0,11...0,14	Mica	10^{20}
Plomo	0,21	Policarbonato	10^{20}
Maillechort	0,30	PVC	10^{20}
Orocromo	0,33	Vidrio	10^{20}
Niquelina	0,43	Metacrilato	10^{21}
Manganina	0,43	Poliestireno	10^{21}
Novoconstantán .	0,45	Polipropileno	10^{21}
Reotán	0,47	Parafina pura	10^{22}
Isabelín	0,50	Cuarzo	$4 \cdot 10^{23}$
Constantán	0,50	Aire seco y H ₂ O pura:	
		aislantes perfectos	

RESISTIVIDAD Y COEFICIENTE DE TEMPERATURA

Material	Resistividad $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$	Coefficiente de temperatura $^{\circ}\text{C}^{-1} \times 10^{-3}$
Cobre	0,01786	3,93
Bronce	0,020	0,32
Oro	0,0233	3,40
Aluminio	0,02857	4,46
Magnesio	0,045	3,90
Grafito	0,046	0,50
Wolframio	0,055	4,10
Zinc	0,063	0,70
Latón	0,08	1,00
Níquel	0,09	4,80
Hierro	0,10	5,50
Estaño	0,11	4,30
Platino	0,12	3,80
Plomo	0,21	4,20
Maillechort	0,30	0,36
Orocromo	0,33	-0,01
Niquelina	0,43	-0,11
Manganina	0,43	0,04
Novoconstantán	0,45	0,01
Reotán	0,47	0,04
Isabelín	0,50	0,03
Constantán	0,50	0,01
Resistina	0,50	0,02
Kruppina	0,85	0,70
Mercurio	0,96	0,88
Cromoníquel	1,10	0,20
Bismuto	1,20	4,20



Resistencia: clasificación

✍ Fijos

✍ Variables

- ✓ Potenciómetros y reóstato

✍ No lineales

- ✓ Termistores NTC

- ✓ Coeficiente de temperatura α negativo grande

- Resistencia disminuye rápidamente según la temperatura aumenta

- ✓ Aplicaciones

- Sensores de temperatura, de nivel y velocidad de líquidos, limitar picos de corriente, ...

- ✓ Termistores PTC

- ✓ Coeficiente de temperatura α positivo grande

- Resistencia crece rápidamente según la temperatura aumenta

- ✓ Aplicaciones

- Medida de temperaturas, dispositivos de protección en máquinas rotativas, ...



Resistencia: clasificación

✎ No lineales

✓ Varistores

- ✓ La resistencia disminuye cuando aumenta el voltaje aplicado en sus terminales
- ✓ Aplicaciones
 - Protección contra sobrevoltaje
 - Estabilizador
 - Supresión de transitorios en motores D.C

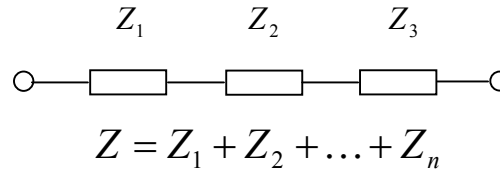
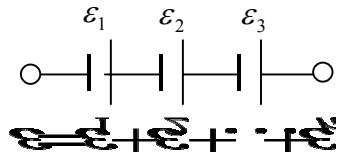
✓ Fotorresistores

- ✓ Resistencia función de la iluminación
- ✓ Aplicaciones
 - Automatización de puertas
 - Alarmas
 - Cámaras fotográficas
 - Control de la iluminación



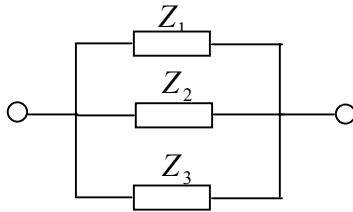
Tipos de conexión

🔌 Serie



Ampliación de escala de voltímetro

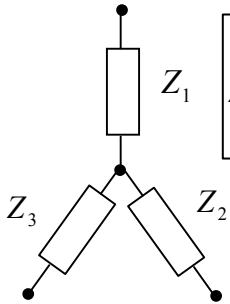
🔌 Paralelo



$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$$

Ampliación de escala de amperímetro

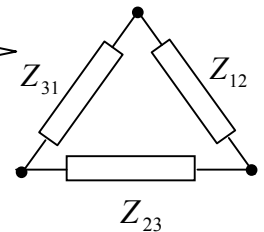
🔌 Estrella



$Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_3}$	$Z_{23} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_1}$	$Z_{31} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2}$
--	--	--

$Z_1 = \frac{Z_{12} Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$	$Z_2 = \frac{Z_{12} Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$	$Z_3 = \frac{Z_{31} Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}$
--	--	--

🔌 Triángulo



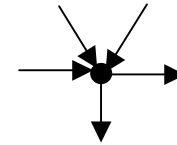


Métodos de análisis de circuitos

👉 Leyes de Kirchhoff

- ✓ En un nudo (Ley de conservación de la carga)

$$\sum I(\text{entrantes}) = \sum I(\text{salientes})$$

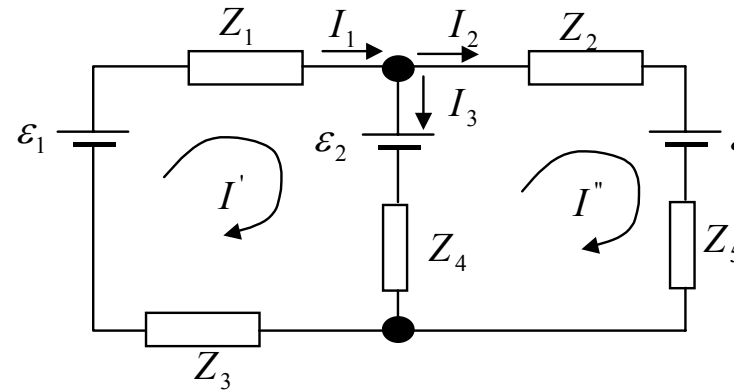


- ✓ Para una malla (Ley de Ohm generalizada)

$$\sum \varepsilon_i = \sum Z_j I$$

👉 Ecuación de Maxwell

$$\sum \varepsilon_i = \sum Z_j I(\text{malla}) - \sum Z_j I(\text{contracorriente})$$

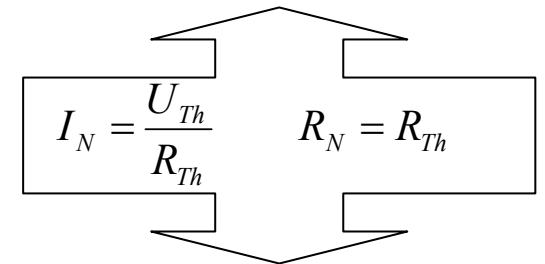
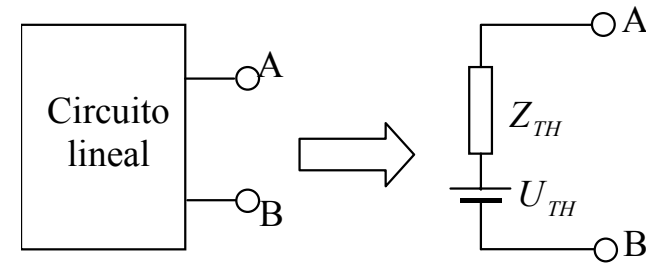




Métodos de análisis de circuitos

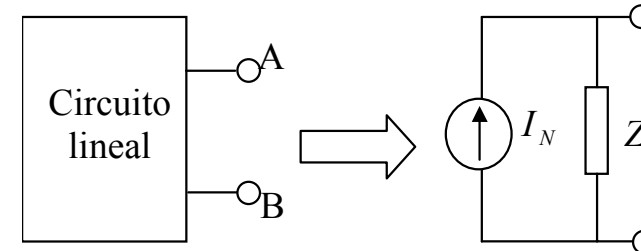
Teorema de Thévenin

- ✓ Dos terminales cualesquiera de un circuito lineal pueden reemplazarse por
 - ✓ un generador de tensión (fem=tensión en circuito abierto entre terminales U_{TH})
 - ✓ conectado en serie con la impedancia de salida vista desde los terminales Z_{TH}
 - Generadores de tensión cortocircuitados y generadores corriente en circuito abierto



Teorema de Norton

- ✓ Dos terminales cualesquiera de un circuito lineal pueden reemplazarse por
 - ✓ Una fuente de corriente (intensidad=a la del cortocircuito de los terminales I_N)
 - ✓ Conectada en paralelo con la impedancia de salida vista desde los terminales Z_N

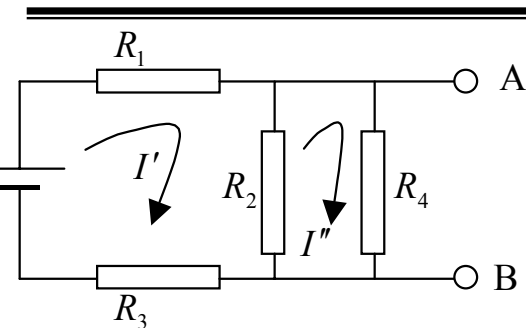
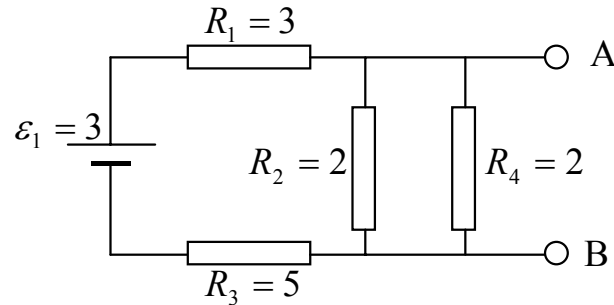




Métodos de análisis de circuitos

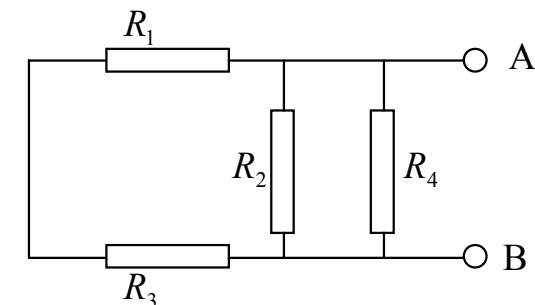
Ejemplo

✓ Equivalente Thévenin

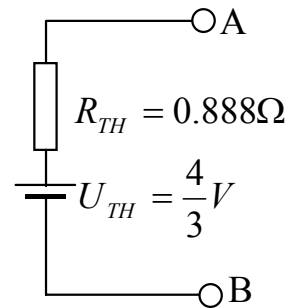
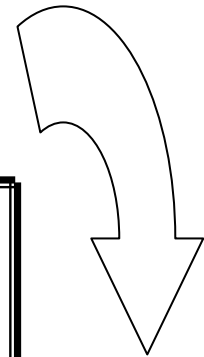


$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= (R_1 + R_3)I' + R_2(I' - I'') \\ 0 &= R_4 I'' + R_2(I'' - I') \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} I' &= \frac{4}{3} A \\ I'' &= \frac{2}{3} A \end{aligned}$$

$$U_{Th} = R_4 I'' \Rightarrow U_{Th} = \frac{4}{3} V$$



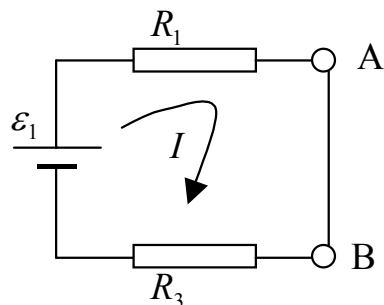
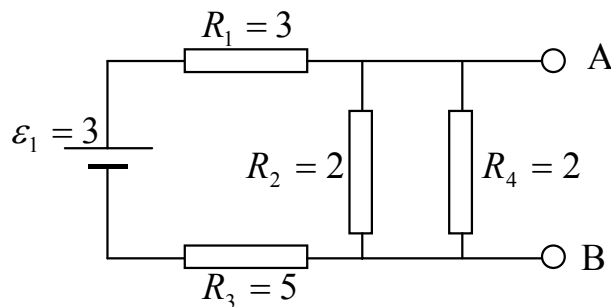
$$R_N = (R_1 + R_3) \parallel (R_2 \parallel R_4) \Rightarrow R_N = 0.888 \Omega$$



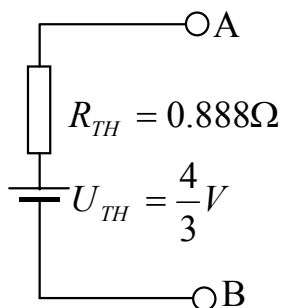
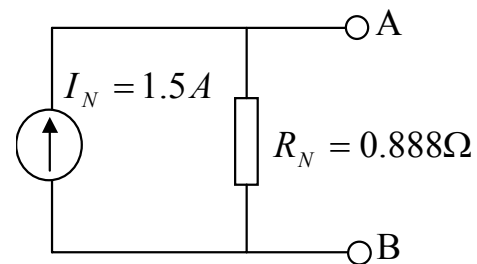


Métodos de análisis de circuitos

Ejemplo ✓ Equivalente Norton



$$I = \frac{\varepsilon_1}{(R_1 + R_3)} \Rightarrow I = 1.5A$$



$$R_N = \frac{U_{Th}}{I_N} = \frac{4/3}{1.5} = 0.888\Omega$$



Condensador

✎ Capacidad de un condensador con placas paralelas

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

- ✓ ϵ_r permitividad relativa del dieléctrico
- ✓ ϵ_0 permitividad del vacío
- ✓ A área enfrentada entre placas
- ✓ d espesor del dieléctrico

Material	Permitividad relativa (ϵ_r)
Aceite transfor.	2,6
Baquelita	4,5
Ebonita	2,8
Goma	3
Mica	6
Papel	1,5
Parafina	2,5
PVC	3,5
Polietileno	2,5
Porcelana	2,5
Vidrio	6



Condensador

✍ Carga $q(t)$ acumulada al aplicarle una diferencia de potencial $v(t)$

$$q(t) = Cv(t) \implies i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

✍ Tensión entre placas

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt \implies v(t) = v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

✍ Conclusiones

- ✓ Cuando se le aplica una tensión continua se comporta como un circuito abierto
- ✓ La tensión en bornes no puede variar bruscamente



Condensador

✎ Almacena energía electrostática

✓ Absorbe energía en carga y la cede en descarga

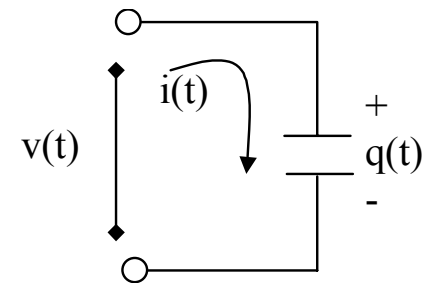
✎ Potencia suministrada

$$p(t) = v(t)i(t) = Cv(t)\frac{dv}{dt}$$

✎ Energía absorbida o cedida

$$W_c(t) = \int_{-\infty}^t p(t)dt = C \frac{v^2}{2} \text{ julios}$$

✓ La energía es almacenada en forma de campo eléctrico





Campo magnético. Inducción. Fuerza

Fuerza magnética sobre una carga móvil

- ✓ Carga móvil crea campo magnético
- ✓ Éste ejerce una fuerza sobre otra carga móvil

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{Fórmula de Lorentz}$$

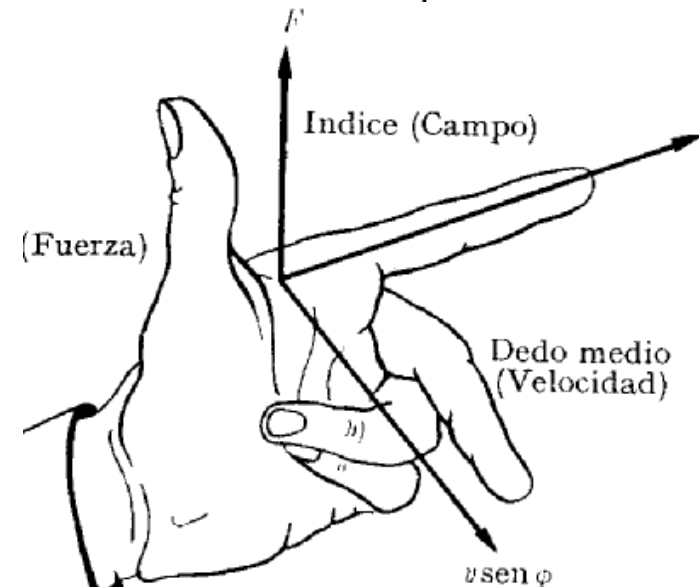
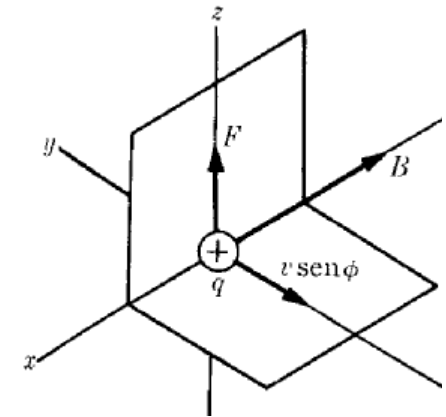
- ✓ B inducción magnética, q carga eléctrica, v velocidad de la carga

NOTA

Fuerza sobre un conductor

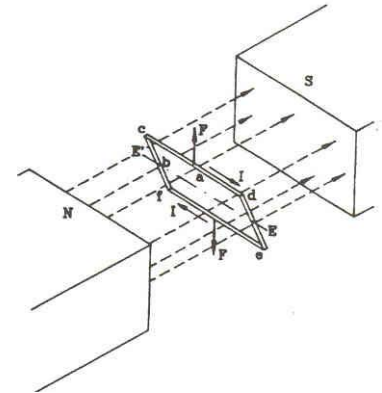
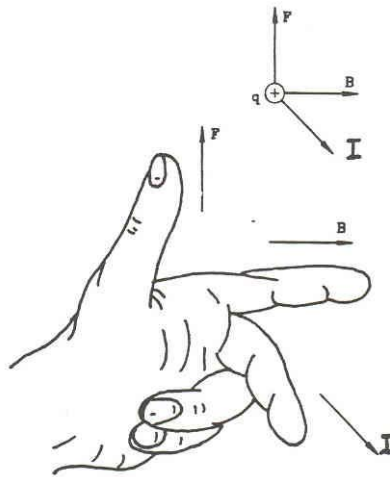
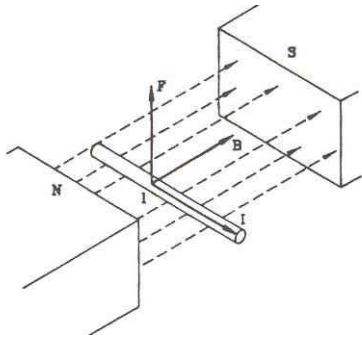
$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \theta \quad \text{Fórmula de Laplace}$$

- ✓ I corriente que circula por conductor, l longitud del conductor





Campo magnético. Inducción.Fuerza.Par.





Campo magnético. Inducción

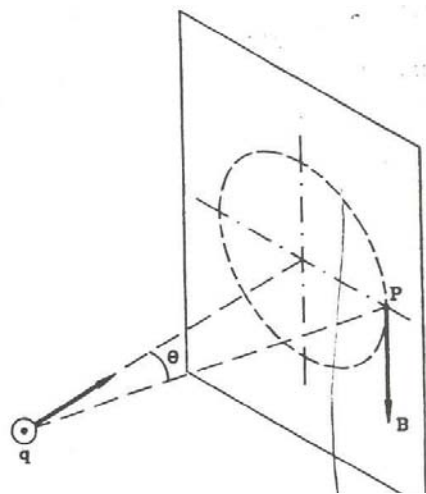


Figura 5.6. Campo creado por una corriente que recorre una espira.

$$B = K' \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot I}{R} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}$$

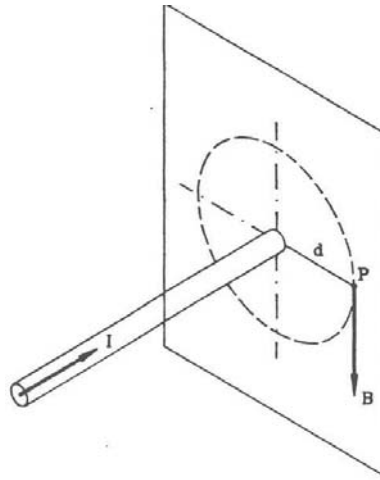


Figura 5.7. Campo creado por una corriente que recorre una bobina plana.

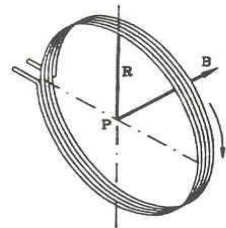


Figura 5.8. Campo creado por un solenoide.

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$



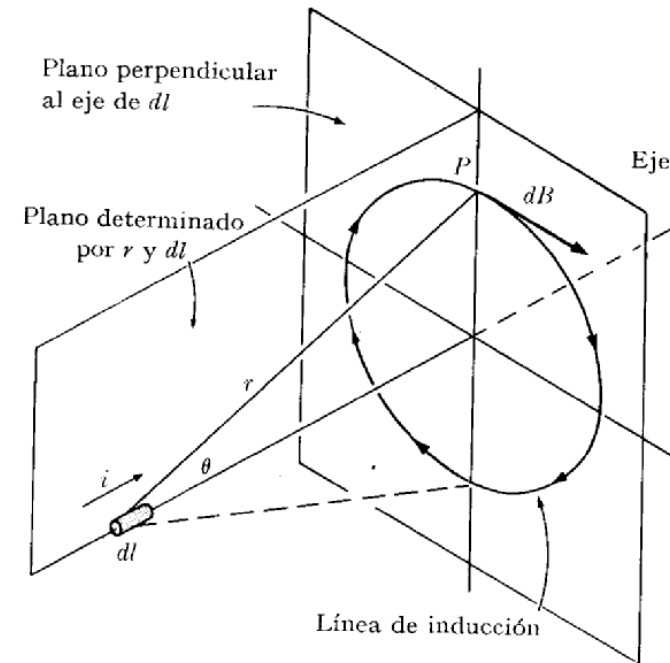
Campo magnético. Inducción

✓ Valor de la inducción magnética

- ✓ Corriente (carga móvil)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{r^2} \sin \theta \quad \text{Ley de Biot-Savart (Ampère)}$$

- ✓ I corriente por conductor
- ✓ dl elemento infinitesimal de longitud del conductor
- ✓ μ_0 permeabilidad del vacío
- ✓ Líneas de inducción
 - ✓ forma de representar el campo magnético
- ✓ Flujo magnético \rightarrow
 - ✓ Número de líneas de inducción que atraviesan una superficie S



$$\Phi = B S$$



Fuerza electromotriz inducida

GENERADOR

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

Ley de Faraday (Lenz)

- ✓ Fuerza electromotriz inducida \mathcal{E} se opone a la causa que la originó (Lenz)

✍ Conductor se mueve en un campo magnético

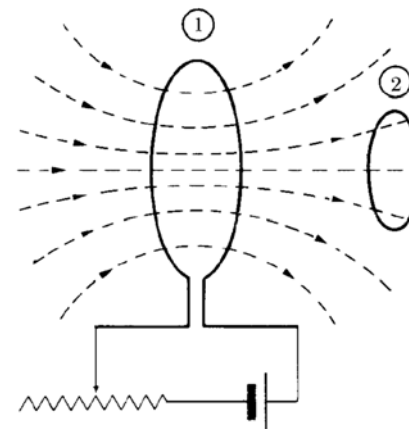
- ✓ f.e.m inducida sobre el conductor

$$\varepsilon = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \theta$$

- ✓ B campo magnético, l longitud del conductor, v velocidad del conductor

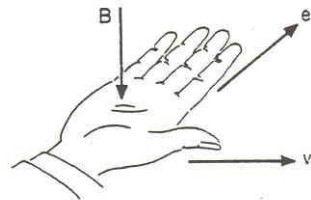
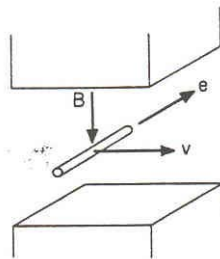
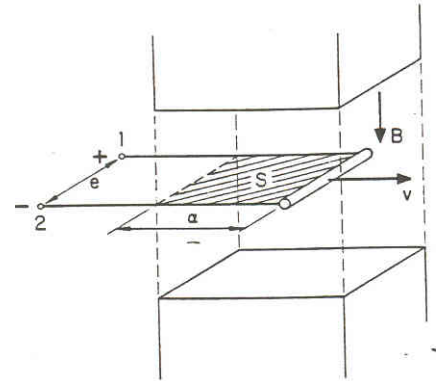
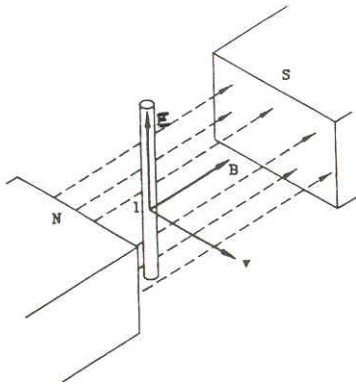
✍ Conductor estático con variación de corriente en un campo magnético

- ✓ Variación de corriente \Rightarrow variación de flujo \Rightarrow f.e.m inducida \mathcal{E}





Fuerza electromotriz inducida





Bobina

👉 Coeficiente de autoinducción L

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt} \quad L = \frac{N\Phi}{I}$$

✓ Depende de sus características físicas

✓ Para una bobina
$$L = \mu_r \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

✓ l longitud del conductor, μ_0 permeabilidad del vacío, μ_r permeabilidad relativa

✓ N número de espiras, S sección de la bobina

👉 La f.e.m inducida se opone a las variaciones de la corriente



Bobina

✎ Caída de tensión en la bobina

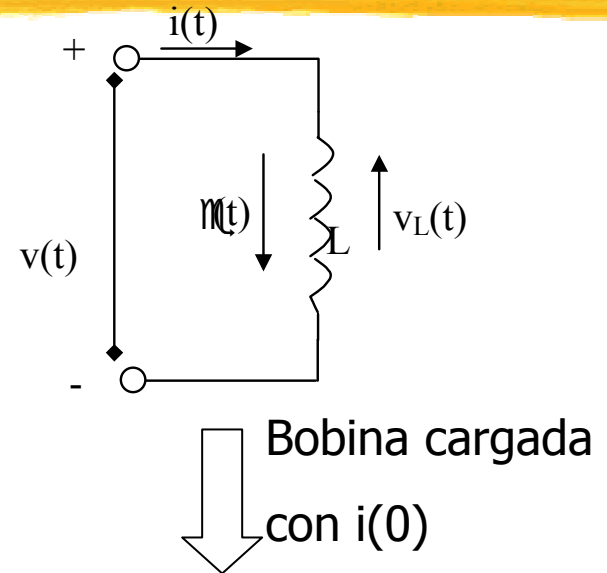
$$v(t) = -\varepsilon(t) = L \frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad v_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

✎ Intensidad

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(t) dt \quad \Rightarrow \quad i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t v(t) dt$$

✎ Conclusiones

- ✓ En régimen permanente y corriente continua, bobina se comporta como un corcocircuito
- ✓ La corriente a través de la bobina no puede variar bruscamente





Bobina

👉 Carga y descarga

✓ En $t=0$, $i(0) = 0$

$$v_L = U$$

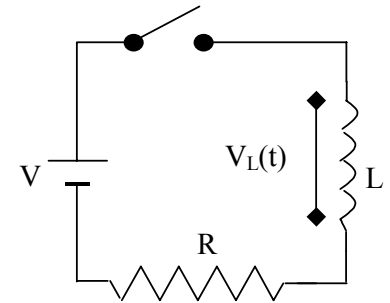
✓ Régimen permanente

$$i = \frac{V}{R}$$

$$v_L = 0$$

✓ Régimen transitorio

$$v(t) = L \frac{di}{dt} + Ri$$





Bobina

✎ Almacena energía

✓ Absorbe energía en carga y la cede en descarga

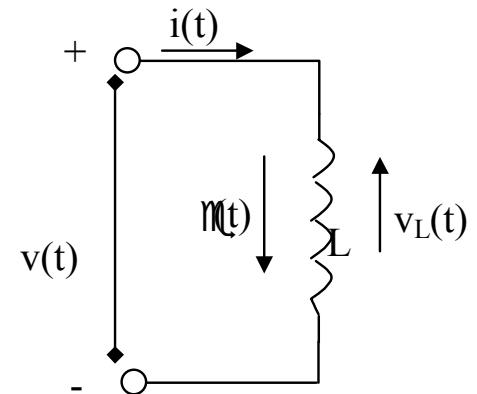
✎ Potencia suministrada

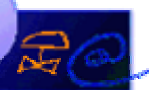
$$p(t) = v(t)i(t) = Li(t)\frac{di}{dt}$$

✎ Energía absorbida o cedida

$$W_L(t) = \int_{-\infty}^t p(t)dt = L\frac{i^2}{2} \text{ julios}$$

✓ La energía es almacenada en forma de campo magnético





Resumen

Magnitud	Fórmula	Unidad (SI)	Equivalencia
Intensidad de campo magnético o excitación magnética (H)	$H = \frac{N \cdot I}{\ell}$	$\frac{A}{m}$	$1 \frac{A}{m} = 1 \frac{A}{100 \text{ cm}} = 1 \frac{A}{100 \text{ cm}}$ $1 \frac{A}{cm} = 100 \frac{A}{m}$
Constante del campo magnético o permeabilidad del vacío (medio ambiente) (μ_0)	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$	$\frac{Wb}{A \cdot m}$	$1 \frac{Wb}{A \cdot m} = 1 \frac{V \cdot s}{A \cdot m} = 1 \frac{N}{A^2} = 1 \frac{N \cdot s^2}{C^2}$
Inducción magnética o densidad de flujo (B)	En el vacío: $B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$	T	$1 T = \frac{Wb}{A \cdot m} = 1 \frac{Vb}{m^2} = 1 \frac{N}{A \cdot m}$
Permeabilidad absoluta (permeabilidad) (μ)	$\mu = \frac{B}{H}$	$\frac{Wb}{A \cdot m}$	Igual que μ_0 También: $1 \frac{Wb}{A \cdot m} = 1 \frac{H}{m}$
Permeabilidad relativa (μ_r)	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$	Adimensional	-
Fuerza entre un par de conductores (F)	$F = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \ell}{2\pi \cdot d}$	N	$1 N = 1 \frac{N}{A^2} \cdot A \cdot A \cdot \frac{m}{m}$
Fuerza en un conductor (F)	$F = B \cdot \ell \cdot I$	N	$1 N = 1 \frac{N}{A \cdot m} \cdot m \cdot A$
Fuerza electromotriz inducida (E_{ind})	$E_{ind} = B \cdot \ell \cdot v$	V	$1 V = 1 \frac{V \cdot s}{m^2} \cdot m \cdot \frac{m}{s}$
	$E_{ind} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$	V	$1 V = 1 \frac{V \cdot s}{s}$
	$E_{ind} = - L \cdot \frac{I}{\ell}$	V	$1 V = 1 \frac{Wb}{A} \cdot \frac{A}{s} = 1 \frac{V \cdot s \cdot A}{A \cdot s}$
Coeficiente de autoinducción (L)	$L = N \cdot \frac{\Phi}{I}$	H	$1 H = 1 \frac{Wb}{A} = 1 \frac{V \cdot s}{A}$
	$L = \mu_r \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$	H	$1 H = 1 \frac{V \cdot s}{A \cdot m} \cdot \frac{m^2}{m}$
Energía almacenada en una bobina (W)	$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$	J	$1 J = 1 \frac{V \cdot s}{A} \cdot A \cdot A = 1 W \cdot s$