



Electrotecnia:

Análisis de circuitos

Circuitos monofásicos AC

Departamento de Informática y Automática
UNIVERSIDAD DE SALAMANCA

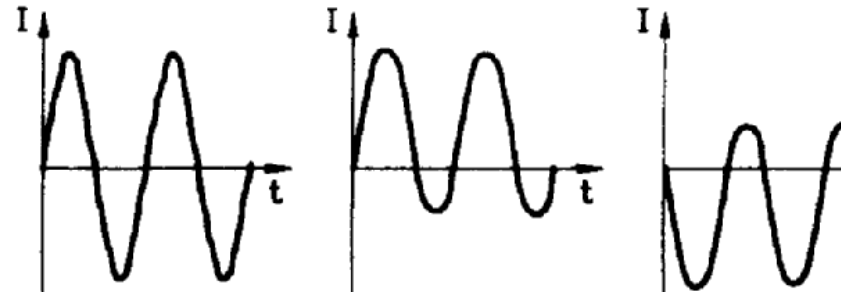


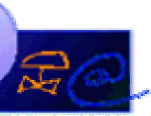


Corriente alterna

Regímenes de la corriente

- ✓ Estático
 - ✓ Cargas eléctricas en reposo
- ✓ Permanente o estacionario
 - ✓ Flujo de cargas constante con el tiempo
- ✓ Transitorio
 - ✓ Flujo de cargas variable con el tiempo
- ✓ Periódico
 - ✓ Flujo de cargas variable periódicamente
 - ✓ La corriente toma valores que se repiten de forma periódica





Corriente alterna

✎ Régimen periódico

✓ Pulsatorio

- ✓ Misma dirección del flujo en todo el circuito
- ✓ Magnitud de flujo variable periódicamente

✓ Alterno

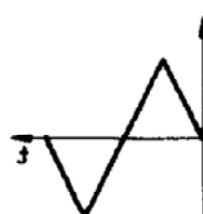
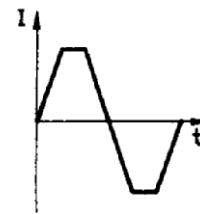
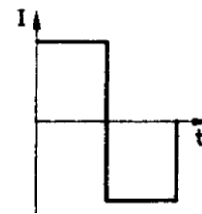
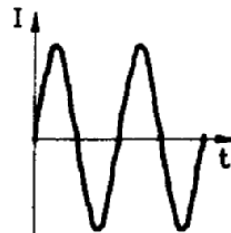
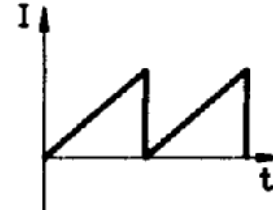
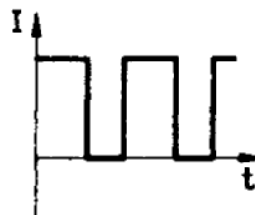
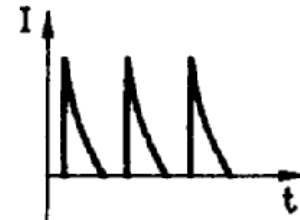
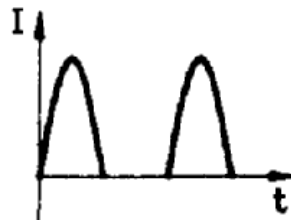
- ✓ Dirección del flujo contraria en el circuito

✓ Alterno puro

- ✓ La misma área en dos semiperiodos

✓ Corriente alterna senoidal

- ✓ Alterno puro expresado mediante un seno





Corriente alterna

Valores característicos

- ✓ Amplitud, periodo, frecuencia, pulsación, fase
- ✓ Valor instantáneo, valor máximo, valor pico a pico
- ✓ Valor medio

Valor eficaz (r.m.s)

$$I_{med} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i(t) dt \quad I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

- ✓ Factor de amplitud
- Factor de forma

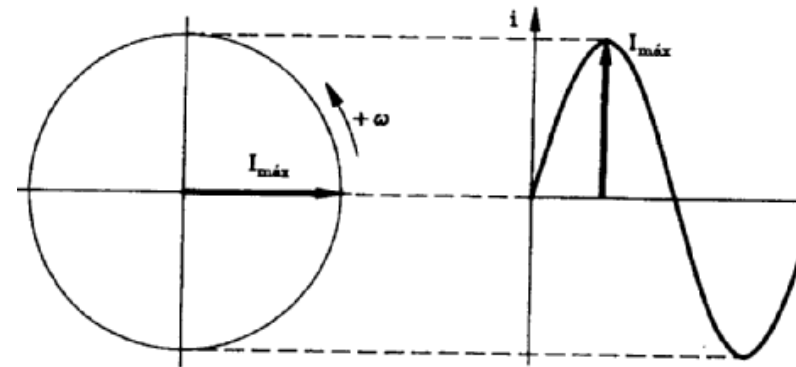
$$\xi_a = \frac{I_{max}}{I_{rms}}$$

$$\xi = \frac{I_{rms}}{I_{med}}$$

$$i(t) = I_{max} \sin \omega t$$

$$I_{max} = \text{amplitud}$$

$$\omega = 2\pi f \quad (\text{pulsación})$$



Representación
vectorial y senoidal



Corriente alterna

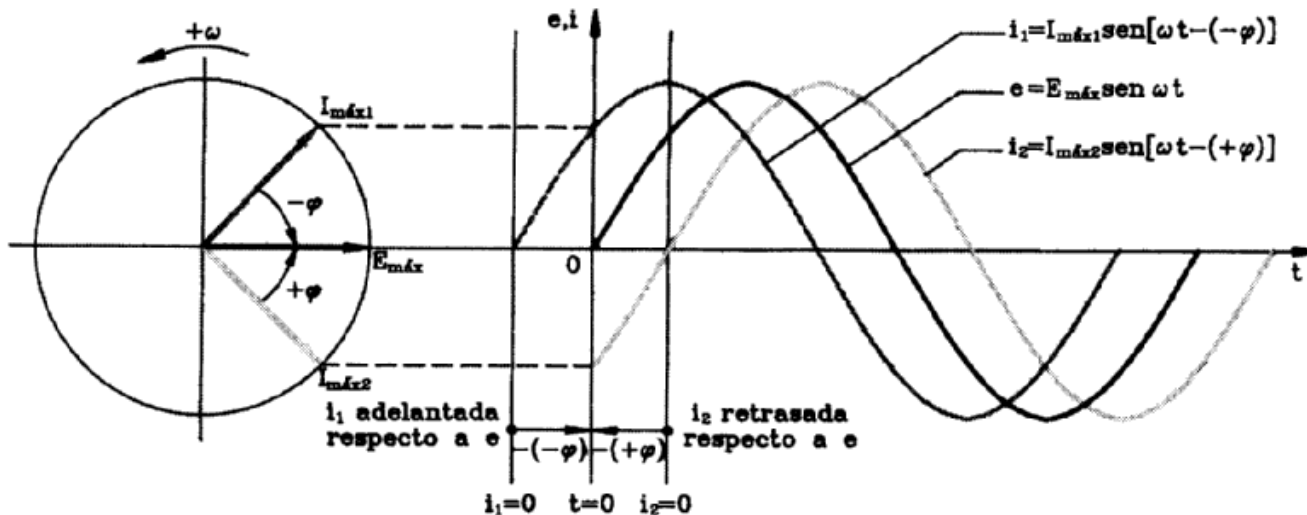
Representación vectorial o fasorial

$$x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$X_m \angle \varphi$

compleja

fasorial

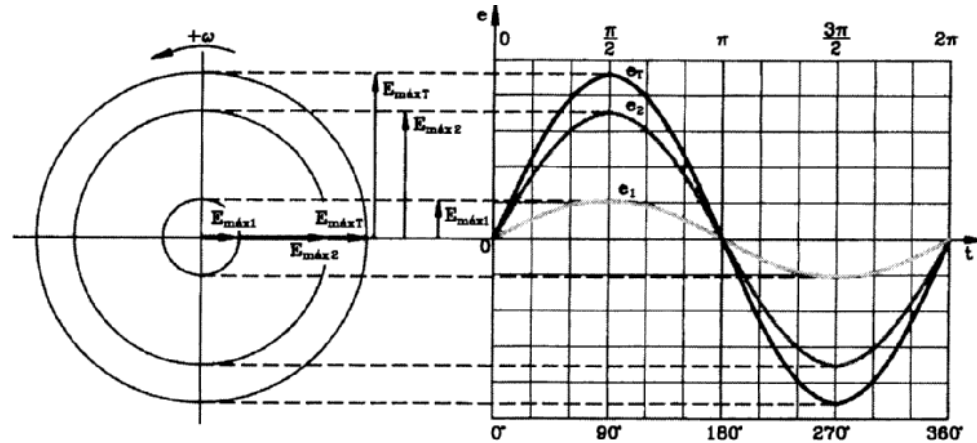




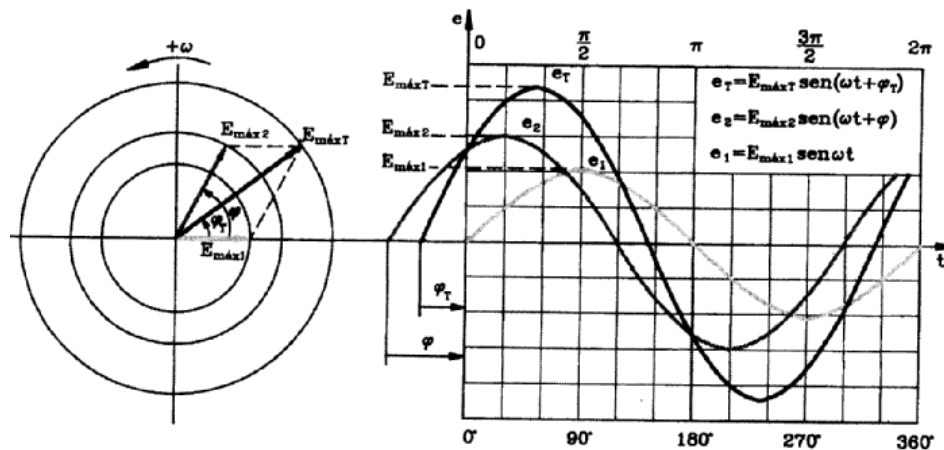
Corriente alterna

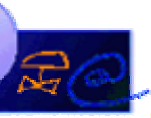
Operaciones con fasores

- ✓ Suma señales de la misma frecuencia
- ✓ En fase



- ✓ Desfasadas





Corriente alterna

✎ Operaciones con fasores

✓ Derivación

$$y(t) = \frac{dx}{dt} = \omega X_m \cos(\omega t + \varphi) = \omega X_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$

$$y(t) = \omega X_m \angle(\varphi + 90^\circ)$$

Equivale a multiplicar la amplitud por ω y aumentar la fase en 90°

✓ Integración

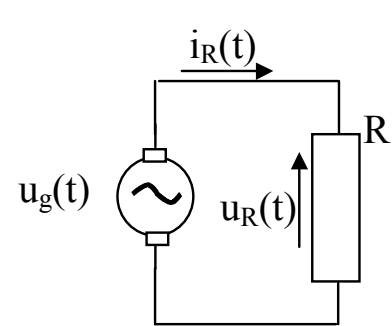
$$z(t) = \int_0^t x(t) dt = \int_0^t X_m \sin(\omega t + \varphi) dt = -\frac{1}{\omega} X_m \cos(\omega t + \varphi) = \frac{X_m}{\omega} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ)$$

$$z(t) = \frac{X_m}{\omega} \angle(\varphi - 90^\circ)$$

Equivale a dividir la amplitud por ω y retrasar la fase en 90°



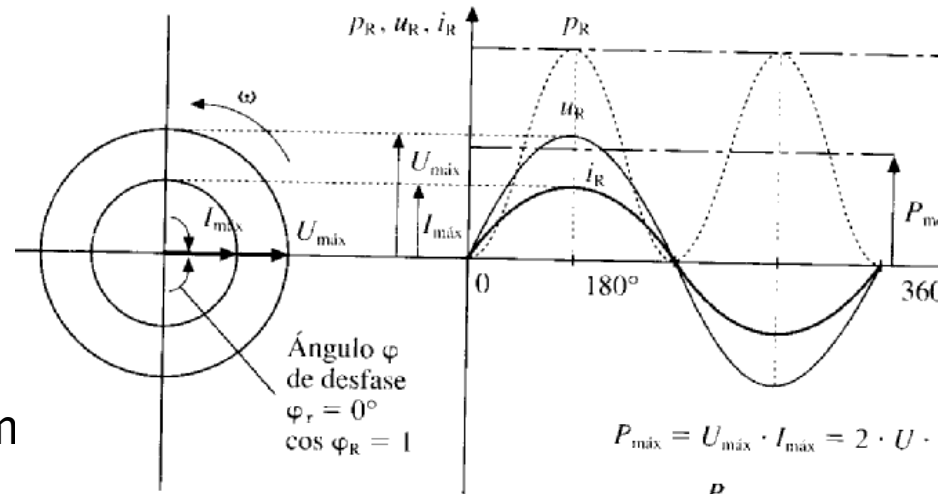
Corriente alterna: Circuito resistivo puro



Voltaje e
intensidad en
fase

$$R = \frac{U_{\max} \sin \omega t}{I_{\max} \sin \omega t} = \frac{U_{rms}}{I_{rms}}$$

Ley de Ohm



$$P_{\max} = U_{\max} \cdot I_{\max} = 2 \cdot U \cdot I$$

$$P_{\text{med}} = \frac{P_{\max}}{2} = U \cdot I$$

🔧 Potencia instantánea

$$p = (U_{\max} \sin \omega t)(I_{\max} \sin \omega t) = U_{\max} I_{\max} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = 2UI \frac{(1 - \cos 2\omega t)}{2}$$

🔧 Potencia media

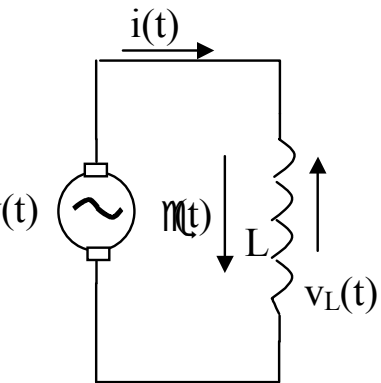
$$p_{\text{med}} = \frac{2UI}{2} = UI$$

Potencia máxima ($\cos 2\omega t = -1$)

$$p_{\max} = 2UI = U_{\max} I_{\max}$$



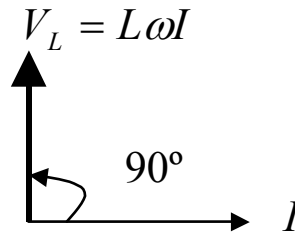
Corriente alterna: Circuito inductivo/capacitivo puro



$$v_L = L \frac{di}{dt}$$

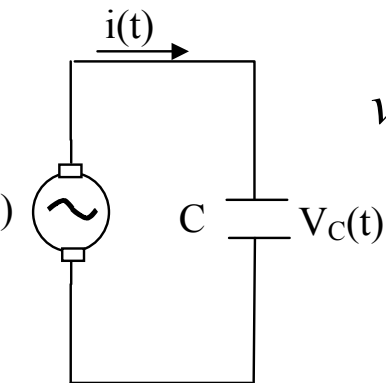
$$i = I_{\max} \sin \omega t$$

$$v_L = L \omega I_{\max} \sin(\omega t + 90^\circ)$$



$X_L = L \omega$
Reactancia
inductiva

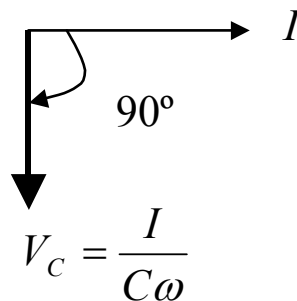
Depende
de ♦



$$v_C = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$i = I_{\max} \sin \omega t$$

$$v_C = \frac{1}{C \omega} I_{\max} \sin(\omega t - 90^\circ)$$



$X_C = \frac{1}{C \omega}$
Reactancia
capacitiva

Depende
de ♦



Corriente alterna: Ley de Ohm generalizada

👉 Circuitos reales

✓ RL, RC, RLC

👉 Ley de Ohm generalizada $\vec{Z} = \frac{\vec{U}}{\vec{I}}$

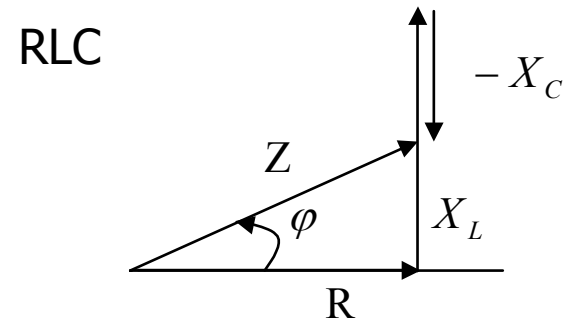
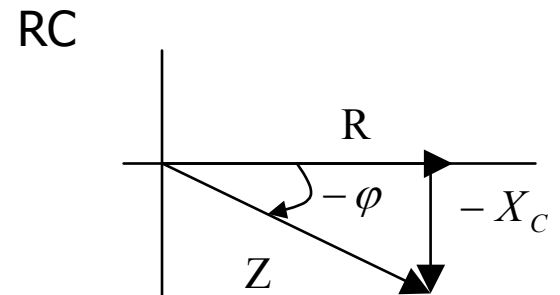
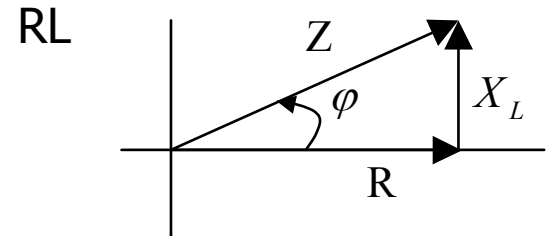
👉 Impedancia $\vec{Z} = \frac{Ue^{j(\omega t + \psi)}}{Ie^{j(\omega t + \psi - \varphi)}} = \frac{U}{I}e^{j\varphi}$

✓ Forma trigonométrica

$$\vec{Z} = Z(\cos \varphi + j \sin \varphi) = R + jX$$

✓ Resistencia $R = Z \cos \varphi$

✓ Reactancia $X = jZ \sin \varphi$





Corriente alterna: Potencia

✍ Potencia activa (W)

- ✓ Se transforma en energía utilizable
- ✓ Se mide con vatímetro

$$P = RI^2 = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

✍ Potencia reactiva (VAr)

- ✓ No se transforma en energía útil

$$Q = XI^2 = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

✍ Potencia aparente (VA)

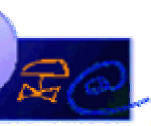
- ✓ Se mide con voltímetro y amperímetro

$$S = Z \cdot I^2 = U \cdot I$$

✍ Factor de potencia

- ✓ Coseno del ángulo de desfase entre el vector de tensión y el vector de intensidad

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{P}{S}$$



Corriente alterna: Circuito RL

✎ Intensidad

$$I = I_{\max} \sin \omega t$$

✎ Voltaje

$$U_{ab} = RI_{\max} \sin \omega t + \omega LI_{\max} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

En fase

adelantada

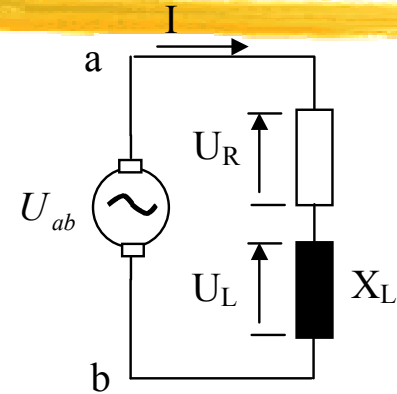
$$U_{ab} = I_{\max} \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{siendo} \quad \varphi = \arctan \left(\omega \frac{L}{R} \right)$$

✎ Impedancia $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$

$$\vec{Z} = R + jX_L \quad \text{siendo} \quad X_L = \omega L$$

✎ Valor eficaz

$$U_{ab} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{I_{\max} \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{2}} = I \cdot Z$$



U_{ab} en adelante
de fase respecto a
intensidad



Corriente alterna: Circuito RL

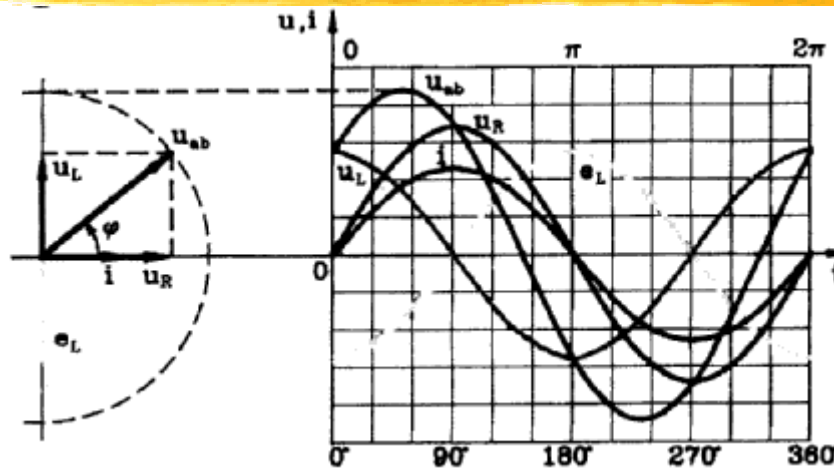
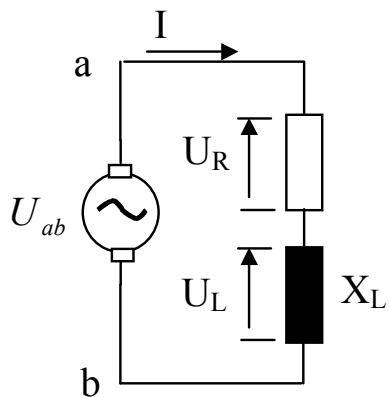


Diagrama fasorial UI

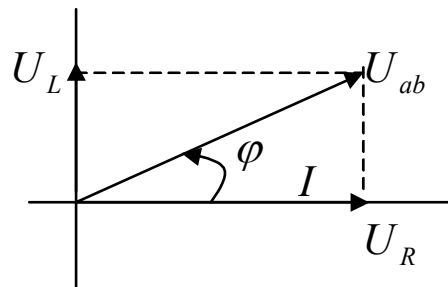


Diagrama fasorial
de impedancias

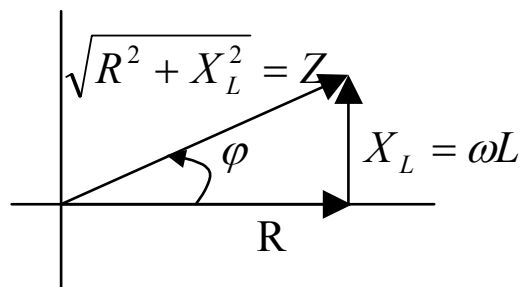
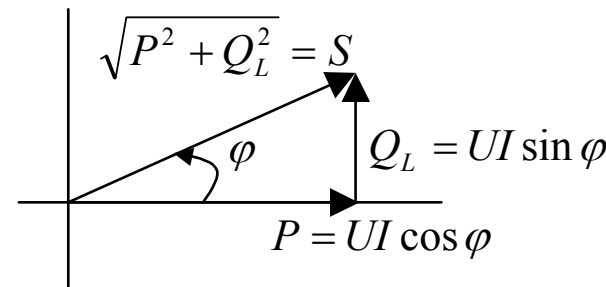


Diagrama fasorial
de potencias





Corriente alterna:

Circuito RC

✎ Intensidad

$$I = I_{\max} \sin \omega t$$

✎ Voltaje

$$U_{ab} = RI_{\max} \sin \omega t + \frac{I_{\max}}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

En fase
retrasada

$$U_{ab} = I_{\max} \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} \sin(\omega t - \varphi) \text{ siendo } \varphi = \arctan \left(\frac{1}{\omega CR} \right)$$

✎ Impedancia

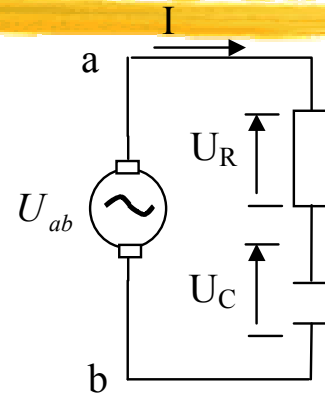
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

U_{ab} en retardo de fase respecto a intensidad

$$\vec{Z} = R - jX_C \quad \text{siendo} \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

✎ Valor eficaz

$$U_{ab} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{I_{\max} \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}}{\sqrt{2}} = I \cdot Z$$





Corriente alterna: Circuito RC

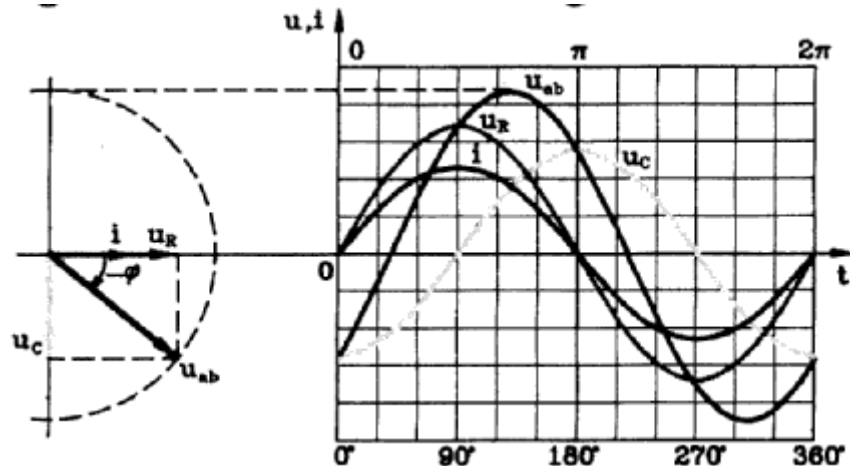
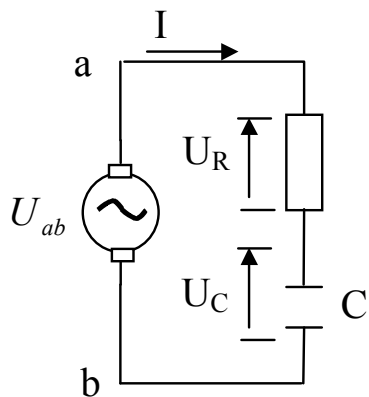


Diagrama fasorial UI

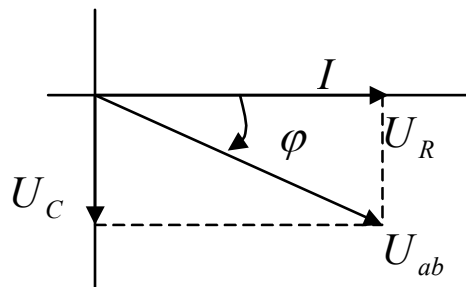


Diagrama fasorial
de impedancias

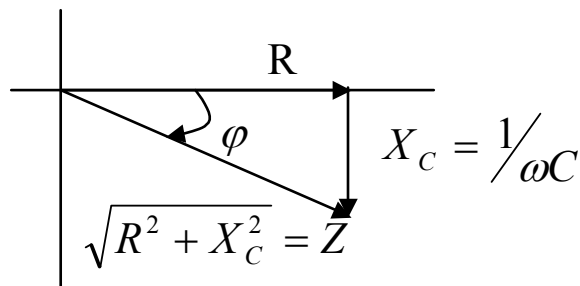
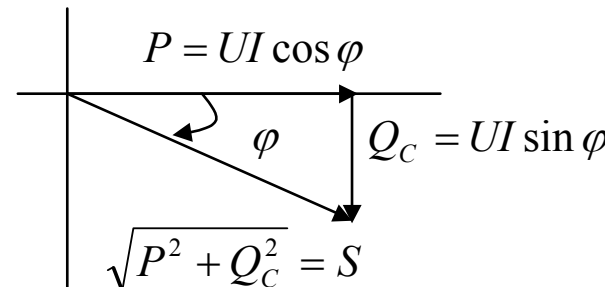


Diagrama fasorial
de potencias





Corriente alterna: Circuito RLC serie

✎ Conexión de impedancias en serie

✓ Impedancia equivalente

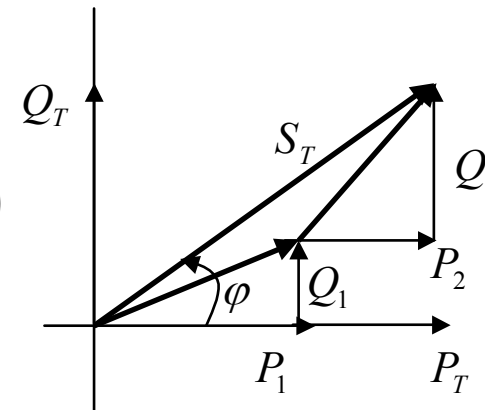
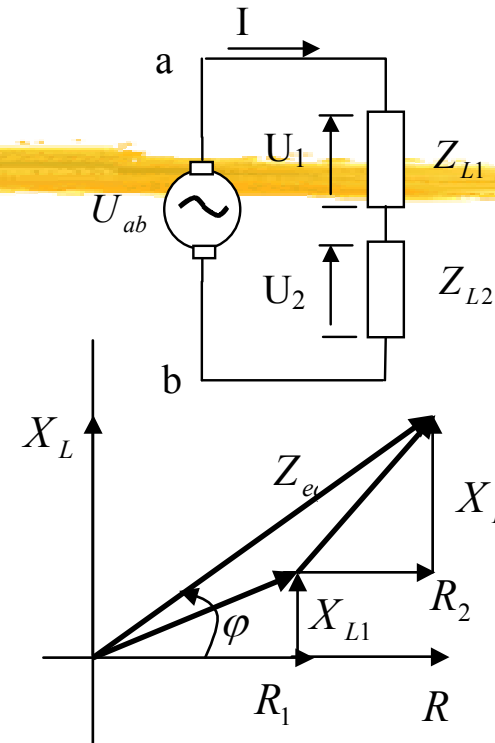
$$\vec{Z}_{eq} = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 = (R_1 + R_2) + j(X_{L1} + X_{L2}) = R_T + jX_T$$

✓ Factor de potencia

$$\cos \varphi = \frac{R_T}{Z_{eq}} = \frac{R_T}{\sqrt{R_T^2 + X_T^2}}$$

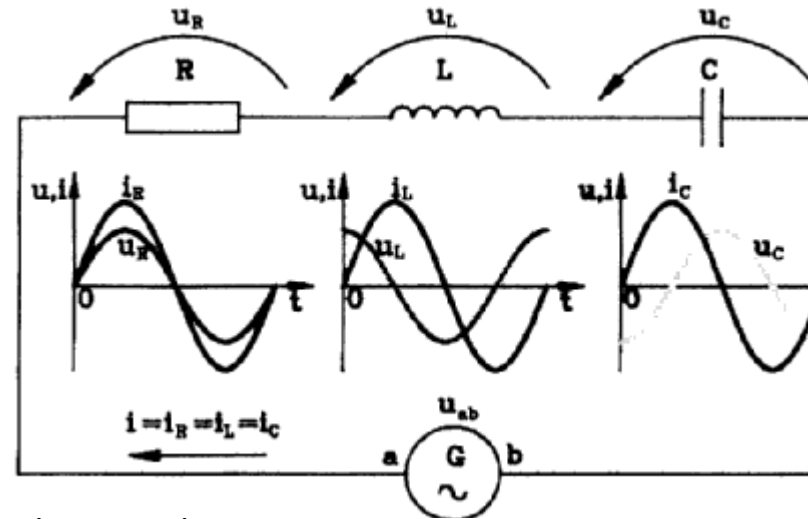
✓ Potencia

$$\left. \begin{aligned} P_T &= P_1 + P_2 = S_T \cos \varphi \\ Q_T &= Q_1 + Q_2 = S_T \sin \varphi \\ S_T &= \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \vec{S} &= \vec{U} \cdot \vec{I}^* = S(\cos \varphi + j \sin \varphi) \\ &= P + jQ \end{aligned}$$





Corriente alterna: Circuito RCL serie



Intensidad $I = I_{\max} \sin \omega t$

Voltaje

En fase

adelantada

$$U_{ab} = RI_{\max} \sin \omega t + \omega LI_{\max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_{\max}}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

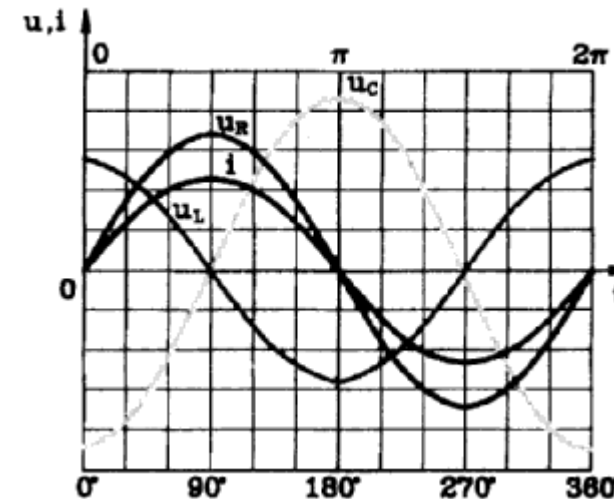
retrasada

$$U_{ab} = Z \cdot I_{\max} \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{siendo} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

Impedancia

$$\vec{Z} = R + jX_L - jX_C \quad \text{siendo} \quad X_C = \frac{1}{\omega C} \quad X_L = L\omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$





Corriente alterna: Circuito RLC serie

U_{ab} desfasada respecto a intensidad

- ✓ Si $X_L > X_C \Rightarrow \varphi > 0$ predomina efecto inductivo
- ✓ Si $X_L < X_C \Rightarrow \varphi < 0$ predomina efecto capacitivo
- ✓ Si $X_L = X_C \Rightarrow \varphi = 0$ impedancia R (resonancia)

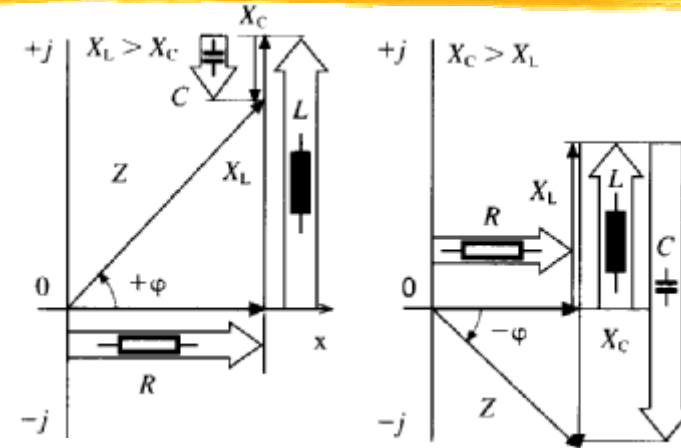
Ley de Joule generalizada

✓ Potencia instantánea $p = Ri^2 + iL \frac{di}{dt} + \frac{i \int idt}{C}$

✓ Valor medio $p_R = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2 dt = I^2 R$

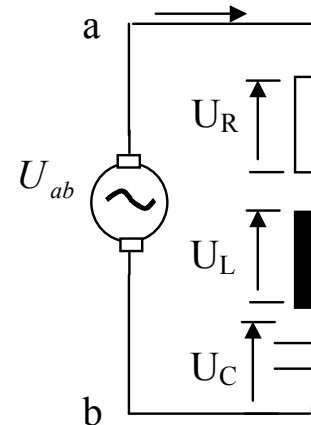
✓ Potencia reactiva $Q = U \cdot I \sin \varphi = \frac{UI}{Z} X = I^2 X$

✓ Potencia aparente $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = I^2 Z$



Única potencia media consumida

$$\vec{S} = \vec{U} \cdot \vec{I}^*$$





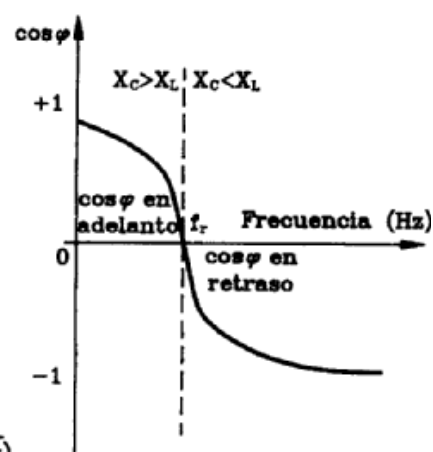
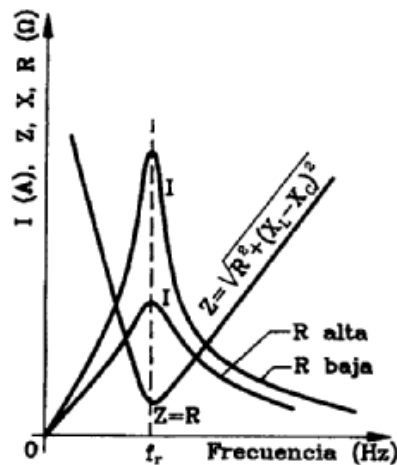
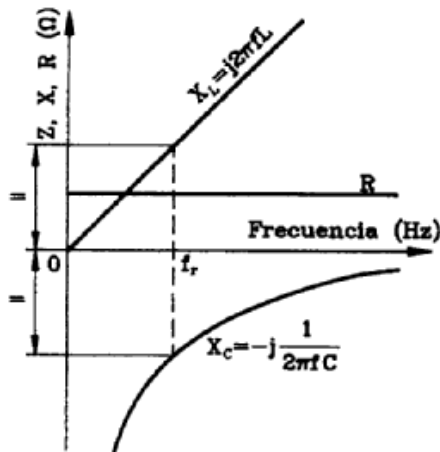
Corriente alterna: Circuito RLC serie. Resonancia

✍ Si se varia la frecuencia de alimentación tal que $X_C = X_L$

- ✓ Factor de potencia = 1
- ✓ Circuito absorberá la máxima intensidad
- ✓ Estado resonante

✍ Frecuencia de resonancia $\omega_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

✍ Variación de impedancia, intensidad y factor de potencia con frecuencia



$$\varphi = \arctan \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$



Corriente alterna: Circuito RLC paralelo

Conexión de impedancias en paralelo

✓ Impedancia equivalente

$$\vec{Z}_{eq} = \frac{\vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_2}{\vec{Z}_1 + \vec{Z}_2}$$

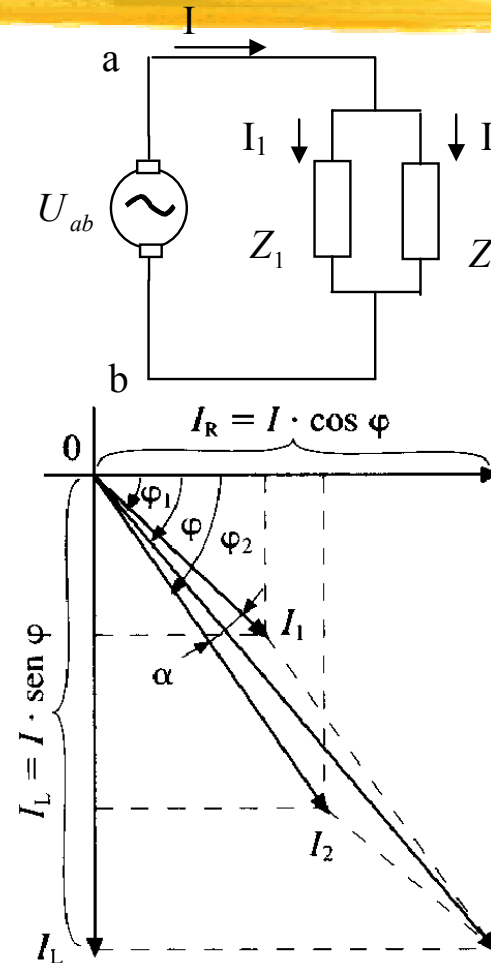
✓ Intensidad

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{Z_1}; \cos \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} \\ I_2 &= \frac{U}{Z_2}; \cos \varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} \end{aligned} \right\} \vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

✓ Factor de potencia

$$\cos \varphi = \frac{I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2}{I}$$





Corriente alterna: Circuito RCL paralelo

🔌 Voltaje

$$U_{ab} = U_{\max} \sin \omega t$$

🔌 Intensidad

$$i_T = \frac{V_{\max}}{R} \sin \omega t + \frac{V_{\max}}{\omega L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \omega C V_{\max} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

En fase

retrasada

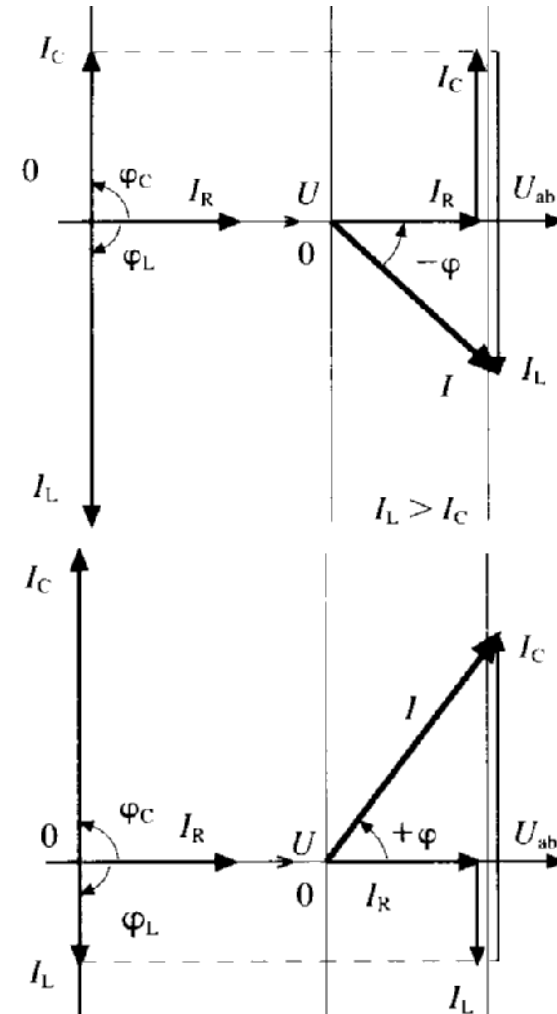
adelantada

$$i_T = Y \cdot V_{\max} \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{siendo} \quad \varphi = \arctan \left(CR\omega - \frac{R}{L\omega} \right)$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R} \right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}}$$

🔌 Admitancia

$$\vec{Y} = \frac{1}{R} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$$



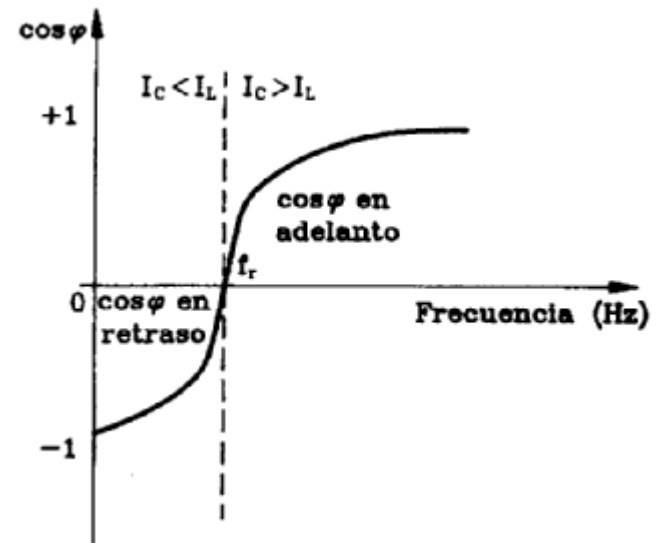
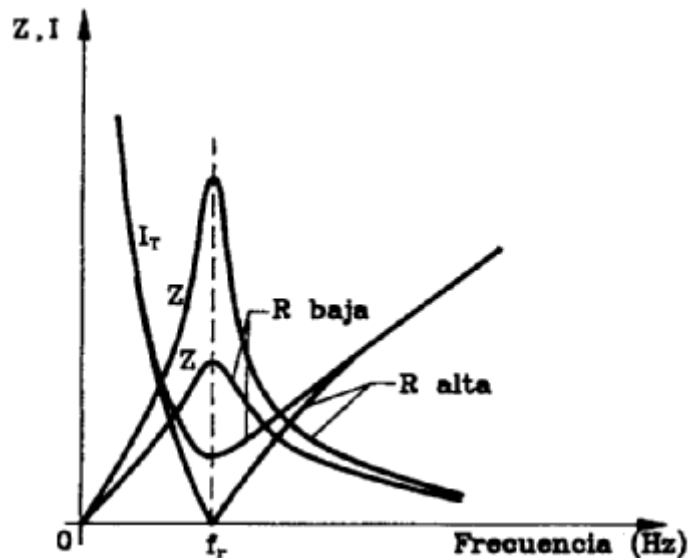


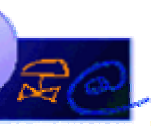
Corriente alterna: Circuito RLC paralelo. Antiresonancia

✍ Si se varia la frecuencia de alimentación tal que $X_C = X_L$

✍ Frecuencia de resonancia
$$\omega_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

✍ Variación de impedancia, intensidad y factor de potencia con frecuencia





Potencia en régimen alterno monofásico

👉 Potencias

$$v(t) = V_{\max} \sin \omega t$$

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$p(t) = v(t)i(t) = V_e I_e \cos \varphi - V_e I_e \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$P = V_e I_e \cos \varphi$$

$$Q = V_e I_e \sin \varphi$$

$$p(t) = V_e I_e \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$S = V_e I_e$$

$$\cos \varphi$$

☐ Potencia instantánea

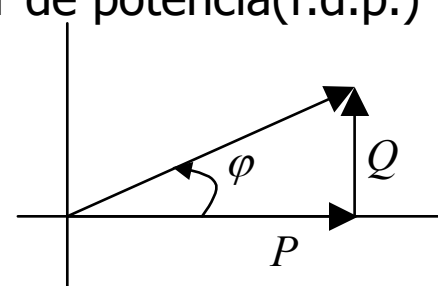
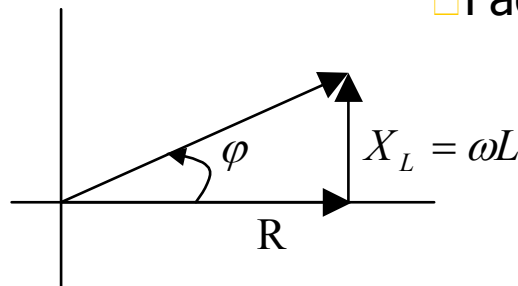
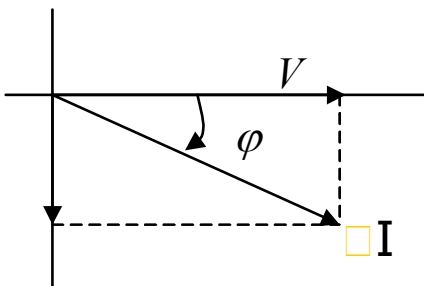
☐ Potencia activa

☐ Potencia reactiva

☐ Potencia fluctuante

☐ Potencia aparente

☐ Factor de potencia(f.d.p.)





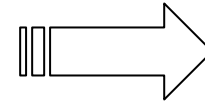
Corriente alterna: Mejora factor de potencia

Receptores (mayoría inductivos)

- ✓ Transforman energía eléctrica absorbida en energía motriz, calorífica, luminosa

Potencia aparente transportada por la línea

- ✓ Potencia activa
 - ✓ Medida del trabajo útil por unidad de tiempo que puede realizar la carga
- ✓ Potencia reactiva
 - ✓ Necesaria para propio funcionamiento del receptor



Factor de potencia **0.1**

Mejora del factor de potencia conectando un condensador en paralelo con la carga



Corriente alterna: Mejora factor de potencia

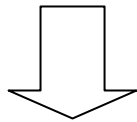
👉 Cálculo de capacidad del condensador en paralelo con la carga

✓ Potencia sin mejora $Q = P \cdot \tan \varphi$

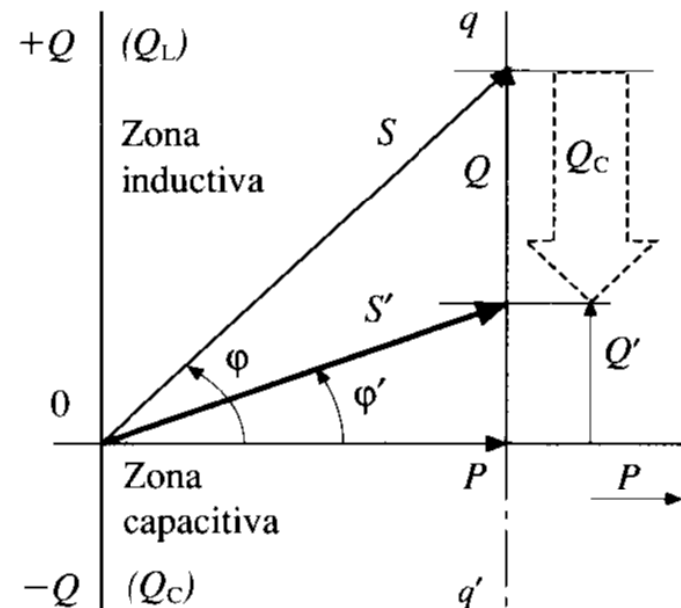
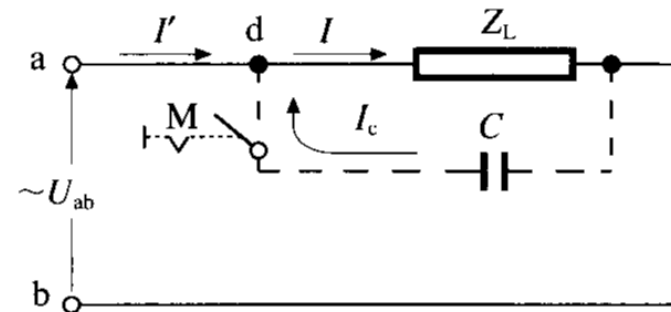
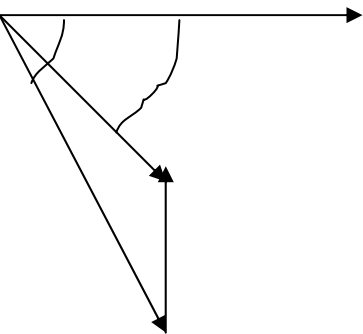
✓ Potencia con mejora $Q' = P \cdot \tan \varphi'$

✓ Potencia a suministrar por condensador

$$Q_c = Q - Q' = P \cdot \tan \varphi - P \cdot \tan \varphi'$$



$$C = \frac{P \cdot (\tan \varphi - \tan \varphi')}{\omega U^2}$$





Caída de tensión en líneas monofásicas

✎ Diferencia en valor absoluto entre las tensiones de alimentación y del receptor.

$$|U| - |V_R|$$

✎ D.C. $R_L I$

✎ A.C. $R_L I \cos \varphi$

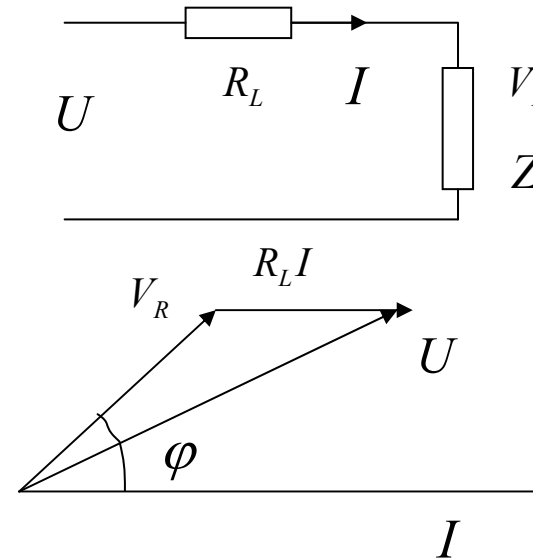
✎ Cálculo de la sección del conductor.

$$\Delta u = R_L I \cos \varphi = \rho \frac{l}{S} I \cos \varphi$$

$$P = UI \cos \varphi$$

$$\Delta u = \frac{u \%}{100} U; U \text{ es la tensión nominal};$$

$$S = \frac{100 \rho l P}{u \% U^2}$$





Conservación de potencias.

Teorema de Boucherot.

 En todo circuito monofásico existe conservación de la potencia activa y reactiva.

✓ Circuito serie I común a todos los elementos.

$$V \cos \varphi = V_1 \cos \varphi + V_2 \cos \varphi + \dots + V_n \cos \varphi$$

multiplicando por I

$$VI \cos \varphi = V_1 I \cos \varphi + V_2 I \cos \varphi + \dots + V_n I \cos \varphi$$

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

$$V \sin \varphi = V_1 \sin \varphi + V_2 \sin \varphi + \dots + V_n \sin \varphi$$

multiplicando por I

$$VI \sin \varphi = V_1 I \sin \varphi + V_2 I \sin \varphi + \dots + V_n I \sin \varphi$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

✓ Circuito en paralelo. V es común a todos los elementos.