TRABAJO DEL CURSO DE DOCTORADO
"SISTEMAS AVANZADOS DE PRODUCCIÓN"
Informe acerca del artículo *Path Evaluation for a Mobile Robot Based on a Risk of Collision*

Saddys Segrera Francia
saddyssf@hotmail.com

Introducción

El trabajo muestra un método basado en un sistema odométrico que evalúa el camino de un robot móvil con riesgo a la colisión con obstáculos.

La odometría junto a la navegación por inercia (*inertial navigation*), las brújulas magnéticas (*magnetic compasses*), los faros activos (*active beacons*), los sistemas de posicionamiento global (*Global Positioning Systems - GPS*), la navegación por puntos conocidos (*landmark navigation*) y modelo de coincidencia (*model matching*), es una categoría de sistemas de navegación (Borenstein et al., 1997).

Uno de los principales problemas en robótica móvil, es la determinación de la posición y orientación del robot dentro del ambiente en el que se encuentra (Duckett. and Nehmzow, 1999).

La odometría es el método de navegación más usado para el posicionamiento de un robot móvil y se basa en ecuaciones de distancia, de posicionamiento y de rotación; consiste en obtener la posición de robot mediante decodificadores incrementales ligados a las ruedas del robot (Zalama, 1995), posee buena precisión en períodos cortos, no es caro y permite muy altas pruebas de velocidad. Sin embargo, la idea fundamental de la odometría es la integración de la información de movimiento que se incrementa en el tiempo, lo que inevitablemente conduce a la acumulación de errores, que aumentan proporcionalmente con la distancia recorrida por el robot. A pesar de estas limitaciones, la mayoría de los investigadores están de acuerdo en que la odometría es una parte importante del sistema de navegación de un robot y que las tareas de navegación pueden ser simplificadas si la precisión odométrica puede ser mejorada, ejemplos de ello, son los trabajos realizadas por Zamora et al. (1997), Fox et al. (1998), Swain and Devy (1998), Márques et al. (2000).

Los procesos odométricos fallan cuando se modifican las características de las ruedas por desgaste o por deslizamiento con la superficie, por esta razón es necesario corregir la posición del robot con la ayuda de sensores externos como pueden ser cámaras de vídeo, sensores infrarrojos, láser, brújulas, etc. (Sánchez, 1997; Swain and Devy, 1998; Duckett and Nehmzow, 1999; Gorodnichy, 2000).

Borenstein et al. (1996) expusieron las características que hacen que la odometría sea usada por la mayoría de los robots móviles:

- Los datos pueden fusionarse con las mediciones de posición absolutas para ofrecer mayor y mejor fiabilidad en la estimación de la posición.
- Puede ser usada entre posiciones absolutas que se actualizan con *landmarks*. De esta manera se logra obtener las mediciones de posición con más precisión.
- Muchos algoritmos conjuntos de mapeo y *landmarks* asumen que el robot puede mantener su posición lo suficientemente correcta para permitir captar a los *landmarks* en un área limitada y unir los elementos de esa área para lograr tiempos de procesamientos cortos y mejorar las correcciones de unión.
- En algunos casos, la odometría es el único sistema de navegación disponible, por ejemplo: cuando no existe disponibilidad de referencia externa, cuando las circunstancias del lugar lo impiden o la selección de *landmarks* en el entorno, o también cuando otro subsistema de sensores falla para ofrecer datos útil.

Los Landmarks o puntos conocidos son diferentes características que un robot puede reconocer desde su entrada a través de sensores. Se colocan a una posición fija y conocida a la cual el robot puede localizarlas. Antes que un robot pueda usar *landmarks* para la navegación, las características de ellas deben de ser conocidas y almacenadas en la memoria del robot, de manera que la principal tarea se centra en reconocer a las *landmarks* con certeza y calcular entonces la posición del robot.

Discusión

Criterios y bases establecidas

Se parte de conocer que un sistema odométrico provoca un error acumulativo causado por el deslizamiento de las ruedas en un terreno o superficie irregular y por el modelo de construcción del robot. Con el objetivo de evitar la colisión con los obstáculos, el robot deberá seleccionar el camino más seguro que la evite antes de iniciar la navegación.

Generalmente cuando se instala en un robot móvil un sistema híbrido de odometría y uso de *landmarks*, la densidad en la cual deben estar estos últimos se determina empíricamente y se basa en el peor de los casos en errores sistemáticos, es decir, en aquellos errores que se derivan de las imperfecciones cinemáticas del robot. Si estos sistemas no tienen en cuenta los errores no sistemáticos (que surgen como resultado del contacto de las ruedas con la superficie), cuando estos ocurren, estos tipos de sistemas suelen fallar (Borenstein et al., 1997).

Se realiza la evaluación del riesgo de colisión basándose en un método para expresar el error de posición a través del error de la elipse. El riesgo de colisión ha sido definido como la inversa de la distancia de Mahalanobis del error de la elipse que hace contacto con los obstáculos, es decir, el riesgo de colisión se incrementa mientras el error de la elipse se expande.

En este estudio se emplearon sensores externos (reconocen a los *landmarks*) para reducir el error de posicionamiento que introduce el uso de un sistema odométrico, de modo que puedan ajustar la posición del robot a través de la detección de marcas o puntos conocidos.

En el desarrollo de este método se asumió que:

- El robot es móvil y posee ruedas, se emplea un sistema de odometría para la estimación de su posición y orientación.
- Un error de posicionamiento provocado por el uso del sistema odométrico puede contrarrestarse por medio de la detección de puntos conocidos (*landmarks*) usando sensores externos, en este caso de visión.
- El robot conoce el punto de partida o inicio de la navegación y el punto final. Se encuentra en un entorno estático que incluye obstáculos y puntos sensoriales.
- La forma del robot puede ser circular para la evaluación del camino.

El método que muestra el artículo evalúa algunos caminos candidatos para seleccionar el óptimo en la planificación de caminos e incluye la estimación de errores de posicionamiento del robot y considerando la relación de posicionamiento entre éste y los obstáculos.

Estimación de la posición y error de posicionamiento en un sistema odométrico

La mayor parte de los enfoques resuelven el problema en el espacio de configuraciones del robot. En ese caso la solución es una secuencia continua de configuraciones espaciales, esto es, una trayectoria en el plano que no colisiona con los obstáculos y que conecta el punto inicial con el punto final. Sin embargo, una trayectoria espacial no resuelve directamente el problema de mover el robot, ya que le falta una ley temporal asociada a la misma (distintas velocidades lineales y angulares pueden generar la misma trayectoria espacial). Para resolver completamente el problema hay que planificar una secuencia de velocidades, realizando entonces la búsqueda no en el espacio de configuraciones sino en el espacio de velocidades (como el que se utiliza en este trabajo, estas velocidades son la velocidad lineal y la velocidad angular (Gallardo et al., 1998).

Se considera que el robot se mueve en un entorno de 2 dimensiones. La posición del robot viene definida por el estado P[t] y V[t] según las ecuaciones:

$$P[t] = \left[\ x[t]\ \ y[t]\ \ \theta[t]\ \right]^T$$

$$V[t] = \left[\ v[t]\ \omega[t]\ \right]^T$$

Los decodificadores del robot móvil proporcionan una medida de los incrementos en los desplazamientos lineal y angular.

Donde x[t],y[t] es la localización del robot en el espacio bidimensional y θ[t] es la orientación del robot. Los errores estimados se representan a través de la matriz de covarianza de P[t]:

$$\sum P[t] = \begin{bmatrix} \sigma_x^{\ 2} & \sigma_{xy} & \sigma_{x\theta} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^{\ 2} & \sigma_{y\theta} \\ \sigma_{x\theta} & \sigma_{y\theta} & \sigma_\theta^{\ 2} \end{bmatrix}$$

Esta información se actualiza cada intervalo de tiempo τ, producto de la acumulación durante deslizamiento causado por la rotación de las ruedas del robot:

$$P[t+\tau] = P[t] + \begin{pmatrix} v[t]\cos(\theta[t]) \\ v[t]\sin(\theta[t]) \\ \omega[t] \end{pmatrix} + \tau\ n[t]$$

Donde, v[t] es la velocidad, ω[t] es la velocidad angular rotacional del cuerpo del robot, n[t] incluye los errores de cálculos y de otra naturaleza.

Las velocidades de las ruedas se expresan en forma de vector por m[t], f[p[t],m[t]] representa los 2 primeros términos respectivamente de la ecuación anterior. $\hat{P}[t]$ es el valor estimado de $P[t]$, $\Delta P[t]$ son los errores de $\hat{P}[t]$; $\hat{m}[t]$ es el valor medido de $m[t]$ y $\Delta m[t]$ son los errores de $\hat{m}[t]$. Entonces:

$$P[t+\tau] = f\left[P[t], m[t]\right] + \tau\ n[t]$$
$$P[t+\tau] = f\left[\hat{P}[t] + \Delta P[t], \hat{m}[t] + \Delta m[t]\right] + \tau\ n[t]$$
$$P[t+\tau] = f\left[\hat{P}[t], \hat{m}[t]\right] + J[t]\Delta P[t] + K[t]\Delta m[t]\tau\ n[t]$$
$$P[t+\tau] = \hat{P}[t+\tau] + \Delta P[t+\tau]$$

Además, los errores en *dead reckoning* aumentan de la forma:

$$P[t+\tau] = J[t]\Delta P[t] + K[t]\Delta m[t]\tau\ n[t]$$

Donde:

$$J[t] = \left.\frac{\partial f\left[P[t], m[t]\right]}{\partial P[t]}\right|_{\hat{P}[t], \hat{m}[t]}$$

$$K[t] = \left.\frac{\partial f\left[P[t], m[t]\right]}{\partial m[t]}\right|_{\hat{P}[t], \hat{m}[t]}$$

La matriz de covarianza $\sum P[t]$ se representa como:

$$\sum P[t] = E\left(\Delta P[t]\ \Delta P[t]^T\right)$$

Además, con intervalo de tiempo τ, la matriz de covarianza $\sum P[t]$ se actualiza como:

$$\sum P[t+\tau] = J \sum P[t] J^T + K \sum m[t] K^T + \tau^2 \sum N$$

Donde:

$$\sum m = E\left(\Delta m[t]\ \Delta m[t]^T\right)$$
$$\sum N = E\left(n[t]\ n[t]^T\right)$$

Distancia de Mahalanobis y el error de la elipse

La selección de una métrica que permita estimar la posición del robot respecto a los obstáculos es uno de los puntos a tenerse en cuenta en este estudio. Si se utiliza la distancia Euclídea se supone que el espacio es homogéneo e isótropo. Sin embargo, si se considera que la falta de homogeneidad e isotropía del espacio de las características se debe a la distribución de los patrones de la muestra, la magnitud más utilizada, como la que más información ofrece sobre las características espaciales de la muestra, es la matriz de covarianzas en la que se basa la distancia de Mahanalobis (Soto et al., 2004). De esta forma ha sido acertada esta métrica por parte de los autores en su trabajo.

El error de la elipse de la distancia de Mahanalobis al cuadrado entre un punto y su vector de medias por:

$$\begin{pmatrix} x-\hat{x} & y-\hat{y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x-\hat{x} \\ y-\hat{y} \end{pmatrix} \leq D^2$$

Lo que significa que se produce un error de la elipse de la distancia de Mahalanobis y que el centro de la elipse se corresponde a la posición estimada del robot usando un sistema odométrico, cuyo tamaño y dimensiones dependen de la longitud y complejidad del camino. De modo que la elipse indica una región donde existe incertidumbre en la medida de la posición actual del robot.

Evaluación del camino

Se consideró el error de la posición estimada del robot y la relación posicional entre el robot y los obstáculos. Se determinó el error de posición a través de la matriz de covarianza en un punto determinado del camino. A medida que se incrementa la distancia de Mahanalobis, el error de la elipse se expande, se prosigue de forma continua este proceso hasta que la elipse hace contacto con un obstáculo.

Se refieren a la elipse máxima a aquella que contacta con los obstáculos en un punto x determinado. Por tanto, el robot se encuentra seguro de una colisión en la zona descrita por esa elipse máxima.

Se definió el riesgo de colisión en una posición por la ecuación siguiente:

$$u(x) = \frac{1}{D_{\max}^2(x)}$$

Ello significa que el más pequeño riesgo de colisión se manifiesta cuando mayor sea la distancia entre el robot y los obstáculos.

Posteriormente se describió una evaluación de un riesgo de colisión a lo largo de un camino determinado, de modo que el valor de la evaluación viene dado por la siguiente ecuación:

$$U = \int_{camino} u(x)\, dx$$

Lo que significa que una continuidad de la condición de riesgo no es razonable para un robot. La evaluación del valor de riesgo llega a su peor estado cuando una condición de riesgo para un robot continúa en su navegación.

El máximo riesgo se calcula a través de u(x) cuyo umbral deberá ser pequeño para que el camino tome un camino seguro y evitar la colisión. En la evaluación del camino se excluyó el caso del riesgo máximo.

A través de un experimento se demuestra que a medida que el robot está en movimiento el riesgo de colisión se incrementa sin el uso de sensores externos, es decir se expande el error de la elipse, sin embargo, una vez que desde una posición el sensor logra detectar *landmarks* el riesgo de colisión disminuye como consecuencia del ajuste de la posición del robot.

La evaluación del camino del robot para la generación de caminos candidatos propuestos empleó el Gráfico Generalizado de Voronoi (GGV), que consiste en formar grupos o conjuntos de puntos equidistantes de 2 o más objetos cercanos. Esto genera un mapa de modo tal, que existe alta seguridad para evitar la colisión con los obstáculos.

Generalmente los puntos de inicio y final del camino de un robot están conectados al punto más cercano del GGV en los bordes del GGV. El problema se simplificó al colocar cada punto en un extremo de los bordes de GGV. Los *landmarks* se conectaron entonces al punto más cercano del GGV en los bordes del GGV. Cada borde de GGV es el camino candidato que está más alejado de los obstáculos, por lo tanto para la evaluación de este método propuesto por los autores se considera un camino seguro de colisiones (Figura 1). Se generan 2 caminos, uno más largo pero más amplio (camino A) y otro más estrecho y corto (camino B).

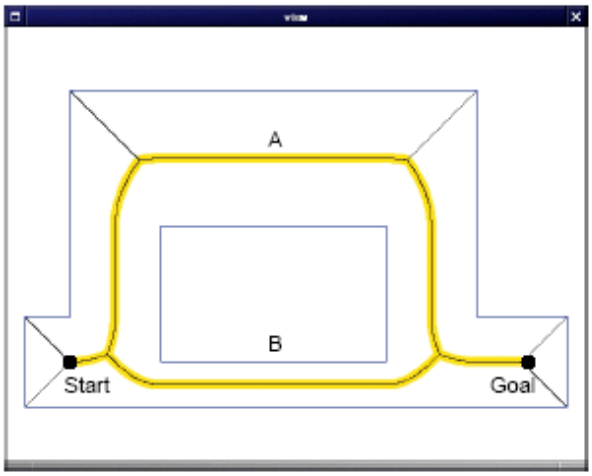

Figura 1. Generación del camino a través del uso de GGV [tomado de Irie et al. (2003)].

Se siguieron 2 pasos para cada uno de los caminos: primeramente, se tiene en cuenta sólo el sistema de odometría (Figuras 2 y 3) para la exclusión de uno de los dos de acuerdo a la evaluación del riesgo de colisión y posteriormente, para el camino seleccionado como más seguro se adicionan en el camino puntos conocidos o *landmarks* que serán detectados por el sensor de visión que posee el robot y ajustará la posición del robot y contrarrestará los errores introducidos por el sistema odométrico. (Figura 4).

En la figura 2 se observa para la elipse estándar (distancia de Mahalanobis igual a 1) para ambos caminos que la posición estimada del robot se hace cada vez peor a lo largo de la navegación (aumenta la región de la elipse), la región enmarcada por la elipse aumenta (zona de incertidumbre de la posición del robot) como consecuencia de la integración de la información de movimiento causando la acumulación de errores, producto del uso de un sistema de odometría.

En el caso de la figura 3 se muestra el cálculo de la elipse máxima, es decir aquella que en cada punto del camino se expande y logra hacer contacto con el obstáculo. Al calcular la evaluación U del camino A se obtuvo un valor inferior (17.85) al de B (33.73), lo que significa que por este método desde el punto de

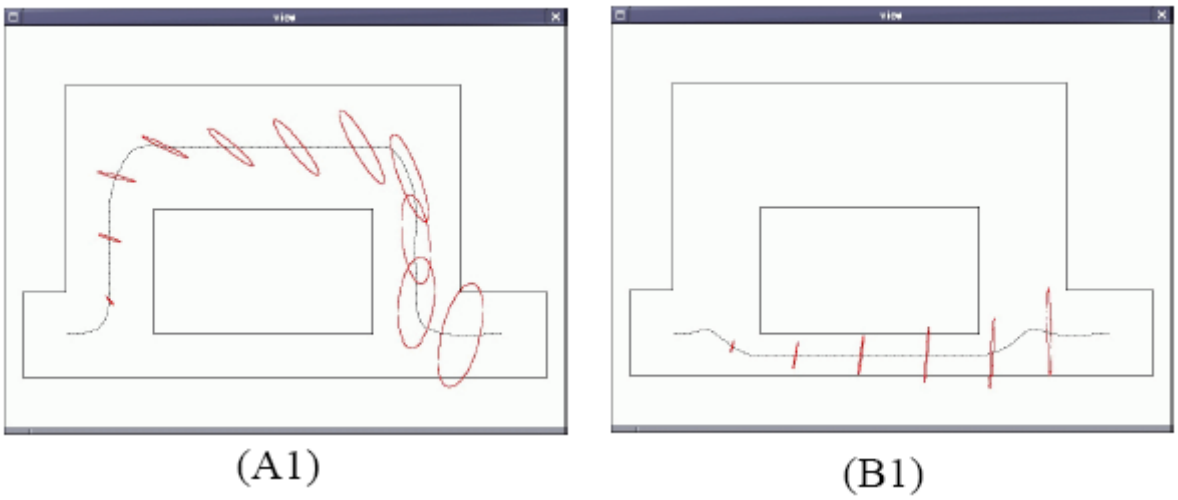

Figura 2. Elipse estándar de los caminos A y B a través sólo del uso de la odometría

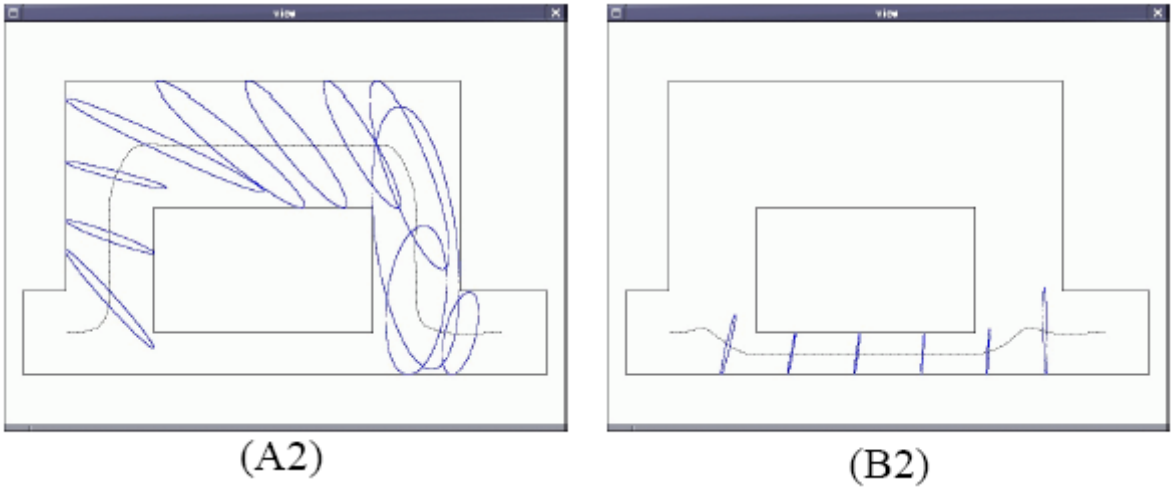

Figura 3. Elipse máxima de los caminos A y B a través sólo del uso de la odometría.

Después se analizó la colocación de *landmarks* en el entorno. Como por odometría se seleccionó que el camino A era mejor que el B para este método, se situaron *landmarks* en el camino A para ajustar la posición del robot, que van a ser captados por sensores visuales. Los resultados arrojaron que la evaluación del camino con el uso de *landmarks* es mejor que si sólo se hubiese empleado la odometría. Además, en la evaluación del uso de puntos conocidos el uso de SP1 solamente es peor que el uso de SP2 únicamente o la combinación de ambos, la explicación viene dada porque SP1 se colocó muy cerca del obstáculo y por tanto, aumenta el riesgo de colisión.

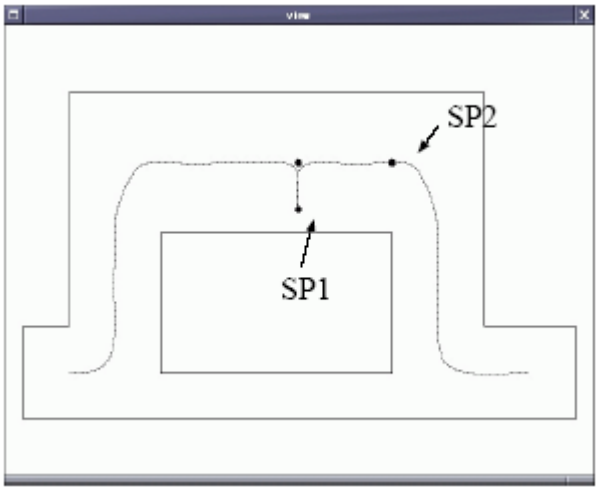

Figura 4. Evaluación del camino A por el uso de *landmarks*.

Otros sistemas de navegación de un robot móvil

Inertial Navigation

Este sistema de navegación junto con la odometría se distingue por determinar las mediciones de posición relativas de un robot móvil, llamadas también *dead-reckoning*.

Se usan giróscopos y acelerómetros para medir la proporción de rotación y aceleración, respectivamente, del robot. Los medidores se integran para "ofrecer" la posición. Estos sistemas tienen la ventaja de que no necesitan de referencias externas para determinar la posición del robot. Sin embargo, los datos de los sensores inerciales se amontonan con el tiempo debido a la necesidad de integrar estos datos para determinar la posición.

Magnetic Compasses

Este nombre se les asigna a aquellos sensores que son capaces de brindar una medida absoluta de la posición y rotación en plataformas autónomas, lo cual es extremadamente importante en la solución de las necesidades de navegación. Sin embargo, una desventaja de cualquier sensor de este tipo es que el campo magnético de la Tierra se distorsiona con frecuencia cerca de líneas de corriente eléctrica o de estructuras de acero. Esto hace que sea difícil su aplicación en interiores.

Active Beacons

Estos faros pueden ser detectados con facilidad y ofrecen información de posicionamiento precisos con el mínimo de procesamiento. Son los más comunes en barcos y aviones. Estos sistemas proporcionan una alta fiabilidad pero se incurre en altos costos de instalación y mantenimiento.

GPS

Es una tecnología para la planificación en espacios abiertos. El sistema trabaja con satélites, los cuales transmiten señales RF codificadas. El receptor en Tierra puede al captar la señal de al menos 3 de los satélites, calcular la posición del receptor en términos de latitud, longitud y altitud.

Map-based positioning o Model matching

Es una técnica mediante la cual el robot usa sus sensores para crear un mapa de su medio local, el cual es comparado con otro global almacenado en su memoria. Si se encuentra coincidencia, el robot calcula su posición y orientación en el medio. Las desventajas de este sistema están dadas por los rigurosos requerimientos para la precisión del sensor de mapeo de manera que permita distinguir fácilmente

aquellas características para determinar igualdad, por ello su uso es limitado para trabajos en laboratorios y de medios relativamente simples.

Reflexiones Finales

Con el método utilizado se logra que el robot móvil transite en un entorno con obstáculos. El robot está dotado para evitar el riesgo de colisión seleccionando para ello el mejor camino en términos de reducir ese riesgo, por lo tanto escoge el camino por la vía más segura para llegar al punto final. El uso de sensores permitió ajustar la posición del robot debido a los errores que induce la odometría.

En el artículo no se tienen datos del tipo de sensor utilizado, sólo se especifica que es de visión, pero no se habla de su precisión y demás características, aunque se expresa que son muy precisos. Sería importante tener este dato ya que el error de posición provocado por la odometría se reduce por el uso de *landmarks* que son captados por sensores de visión en este caso y se ajustan los valores de posición de robot, disminuye el valor de la matriz de covarianza y este ajuste depende de las características del sensor empleado.

En comparación a otros sensores, los de visión le ofrecen al robot un sofisticado mecanismo de percepción que le permite responder de forma más flexible e inteligente en comparación a otros. Es por ello que la visión artificial es el mecanismo de percepción más complejo del que se puede dotar a un robot. Consiste en crear un mapa del mundo real a partir imágenes a través de la captación, preprocesamiento, segmentación, descripción, reconocimiento e interpretación del entorno (Chávez, 2001).

El uso de otros sensores externos de bajo coste como los infrarrojos y ultrasonidos podía haberse considerado: los primeros tienen menor alcance y mayor precisión que los segundos, estos últimos son sencillos de operar pero son muy imprecisos para distancias cortas lo cual no es eficiente para este estudio, además no existe fiabilidad en la medida como consecuencia fundamentalmente de los limitaciones que imponen los principios de la Acústica y que se manifiesta en problemas como la anchura del haz ultrasónico, la reflexión especular (entornos de paredes lisas) y las fluctuaciones del medio (temperatura, humedad, etc.).

La consideración de que el robot puede ser circular, resulta especialmente eficiente en cuanto al método propuesto. Este hecho se debe a que se calcula una ruta a un coste computacional bajo, por estar basado en cálculos geométricos. No obstante, cuando el vehículo no puede aproximarse a una forma circular, este planteamiento se muestra deficiente, ya que se descartan ciertas áreas del entorno por donde podría construirse una ruta segura.

Ha sido acertado el uso del Gráfico Generalizado de Voroni para la generación del camino en este trabajo sobretodo si se emplean áreas cerradas y no muy espaciosas, debido a que los errores *dead reckoning* están asociados a la odometría.

Referencias

Borenstein, J., H. R. Everett , and L. Feng. (1996). Where am I? Sensors and Methods for Mobile Robot Positioning. University of Michigan. http://www-personal.engin.umich.edu/~johannb/pos96rep.pdf

Borenstein, J., H.R. Everett, L. Feng, and D. Wehe. (1997). Mobile Robot Positioning & Sensors and Techniques *Invited paper for the Journal of Robotic Systems, Special Issue on Mobile Robots. Vol. 14 No. 4, pp. 231 – 249* http://nosc.mil/robots/pubs/jrs97.pdf

Chávez, J.A. (2001). Análisis y desarrollo de técnicas para la exploración de un ambiente desconocido por un robot móvil. Tesis Maestría. Ciencias con Especialidad en Ingeniería en Sistemas Computacionales.Departamento de Ingeniería en Sistemas Computacionales. Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas, Puebla, México.
http://www.pue.udlap.mx/%7Etesis/msp/chavez_a_ja/capitulo2.pdf

Duckett, T. and U. Nehmzow. (1999). Exploration of unknown environments using a compass, topological map and neural network. *IEEE International Somposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, Monterrey. ftp://ftp.cs.man.ac.uk/pub/robotics/cira99.ps.Z.

Fox, D., W. Burgard, S. Thrun and A. B. Cremers. (1998). Position Estimation for Mobile Robots in Dynamic Environment. *Proceedings of the Fifteenth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-98)*, Madison, Wisconsin, United States of America. http://www.gmdsoft.de/mitsch/uni/robotik-proseminar/paper_selection-aaai98.pdf

Gallardo, D., O. Colomina, F. Flórez y R. Rizo. (1998).Generación de trayectorias robustas mediante computación evolutiva. *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, No. 5, pp. 80-84. http://tornado.dia.fi.upm.es/caepia/numeros/5/aepia5-gallardo.zip

Gorodnichy, D. (2000). Vision based world modeling using a piecewice linear representation of the occupancy function. PhD thesis. University of Alberta, Canada.
http://www.cs.ualberta.ca/~ai/alumni/dmitri/WorldModeling/

Irie, M., K. Nagatani and A. Gofuku. (2003). Path Evaluation for a Mobile Robot Based on a Risk of Collision. *Proc. of Computational Intelligence in Robotics and Automation*, pp.485-490.
http://ieeexplore.ieee.org
http://usm.sys.okayama-u.ac.jp/~keiji/papers/2003-cira.pdf

Marqués, R., E. Zalama, J. G. García-Bermejo, J.R. Perán. (2000). World Modeling and Position Estimation for a Mobile Robot Using Self Organizing Networks. *Proceedings of the 4th IFAC International Symposium on Intelligent Components and Instruments for Control Applications - SICICA 2000*, Buenos Aires, Argentina. http://www.eis.uva.es/~eduzal/sicica2000.pdf

Soto, J.A., A. Flores-Sintas y M.I. Vigo. (2004). Marco formal para una función objetivo en agrupación difusa. *Inteligencia Artificial*, No. 23, 35-41 pp.,
http://www.isys.dia.fi.upm.es/caepia/numeros/23/marco.pdf

Sánchez, L.M. (1997). Localización geométrica de robots móviles autónomos. Resumen de Tesis de doctorado. Universidad Carlos III de Madrid. http://www.uc3m.es/uc3m/gral/TC/ESDO/esdo06jma.html

Swain, R. and M. Devy. (1998). Navegación de un robot móvil por medio de control visual en ambiente estructurado. *Computación y Sistemas. Revista Iberoamericana de Computación*., Vol 1, No. 3, ppp 161-169, México. http://www.cic.ipn.mx/revistas/contenido/Vol1No3/Art04.pdf

Zalama, E. (1995). Arquitectura neuronal no supervisada para el control de un robot móvil en entorno no estacionarios. Tesis de doctorado, Universidad de Valladolid. http://www.eis.uva.es/~eduzal/tesis.pdf

Zamora, M.A., L.M. Tomás-Balibrea, H. Martínez y A.G. Skarmeta. (1997). Navegación planificada de un robot móvil en entornos interiores desconocidos, 8 p. http://ants.dif.um.es/~humberto/papers/2000-waf.pdf